

Единый государственный экзамен 2022 года по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

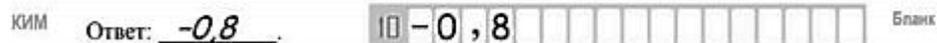
Вариант № 14

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 a + \cos^2 a &= 1 \\ \sin 2a &= 2 \sin a \cdot \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ \sin(a + \beta) &= \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta \\ \cos(a + \beta) &= \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите корень уравнения: $\log_{(3-x)} 25 = 2$

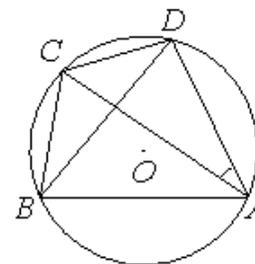
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____

2 По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,85. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Ответ: _____

3 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 82° , угол ABD равен 49° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.

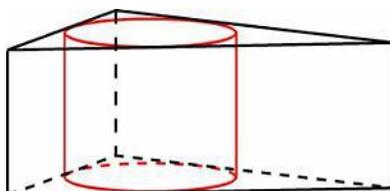


Ответ: _____

4 Найдите значение выражения $9^{3\sqrt{7}-1} \cdot 9^{1-\sqrt{7}} : 9^{2\sqrt{7}}$

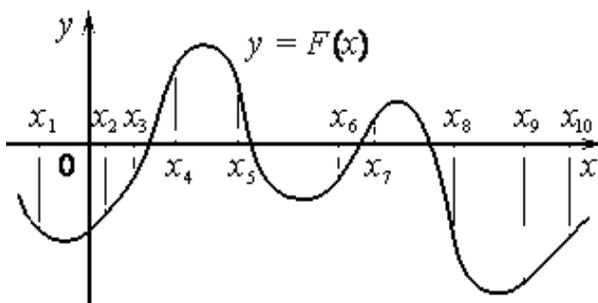
Ответ: _____

5 Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 5.



Ответ: _____

6 На рисунке изображён график $y=F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____

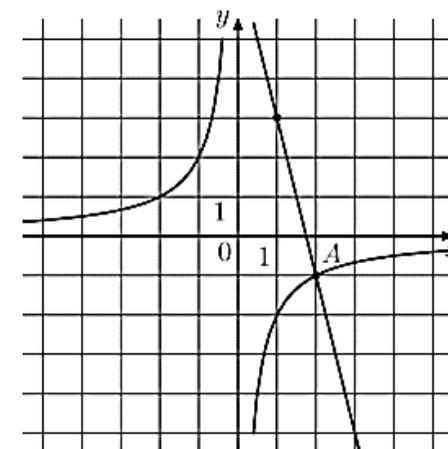
7 Катер должен пересечь реку шириной $L=100$ м и со скоростью течения $u=0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} ctga$, где a – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом a (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

Ответ: _____

8 Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,6 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 400 метрам?

Ответ: _____

9 На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____

- 10** Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 30% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 90% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____

- 11** Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x}{x^2 + 9}$$

на отрезке $[1; 4]$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin^3 x - \sqrt{2} \sin x + \cos^2 x = 0$
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$
- 13** В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ стороны основания равны 4, а боковые ребра 5.
 а) Докажите, что плоскость $A_1 C_1 E$ перпендикулярна плоскости $BB_1 E_1$.
 б) Найдите угол между плоскостями $A_1 C_1 E$ и ABC .

- 14** Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$$

- 15** Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

16 Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

- а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.
б) Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 4$ и $AM:MC = 1:3$.

17 Найдите значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y - 7) = xy - 5(x + 2) \\ x \leq 6 \\ \frac{a(x - 6) - 2}{y - 2} = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18 Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три группы так, чтобы в каждой группе было хотя бы одно число. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

- а) Могут ли быть одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?
б) Могут ли быть одинаковыми все три значения средних арифметических?
в) Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из получаемых трёх средних арифметических.

Ответы	
№1	-2
№2	0,015
№3	33
№4	1
№5	90
№6	3
№7	45
№8	15
№9	-0,25
№10	0,75
№11	0,1
№12	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ б) $-\frac{5\pi}{2}; -\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{4}$
№13	б) $\operatorname{arctg} \frac{5}{6}$
№14	$(0; \frac{1}{27}] ; [\frac{1}{8}; 1)$
№15	3 млн.
№16	б) 7
№17	$[0; 1); -\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}$
№18	а) да; б) нет; в) $\frac{43}{7}$