

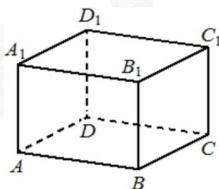


4 Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[15]{5} \cdot 5 \cdot \sqrt[10]{5}}{\sqrt[6]{5}}$$

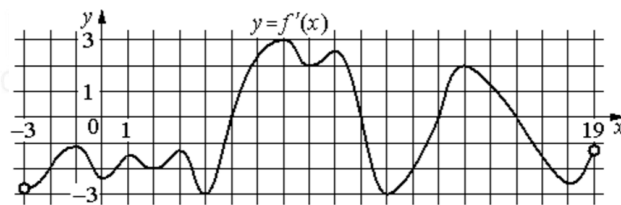
Ответ: \_\_\_\_\_.

5 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 4$ ,  $AA_1 = 3$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, A_1, B_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 19)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-2; 15]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет  $R_1 = 60$  Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого  $R_2$  (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление вычисляется по формуле  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

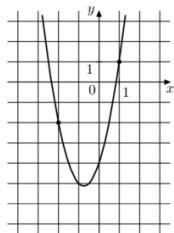
8 Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 4 часа, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 8 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

vk.com/ege100ballov



9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-5)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25% этих стекол, вторая – 75%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая – 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 4e^x + 4$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right].$$

13 Сечением прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $\alpha$ , содержащей прямую  $BD_1$  и параллельной прямой  $AC$ , является ромб.

а) Докажите, что грань  $ABCD$  – квадрат.

б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BCC_1$ , если  $AA_1 = 6, AB = 4$ .

14 Решите неравенство

$$\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}.$$

15 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.



16 В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  – середины гипотенузы  $AB$  и катета  $BC$  соответственно. Биссектриса угла  $BAC$  пересекает прямую  $MN$  в точке  $L$ .

- а) Докажите, что треугольники  $AML$  и  $BLC$  подобны.  
 б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если  $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$ .

17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_{1-x}(a - x + 2) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку  $[-1; 1)$ .

18 Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.  
 б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?  
 в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 41.

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

### О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

### Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
 Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_47937899](https://vk.com/topic-10175642_47937899)  
 (также доступны другие варианты для скачивания)

### СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регали:</b>	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">55 учеников</a> набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>Аккаунт и группа ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб и инстаграм:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a> <a href="https://www.instagram.com/shkola_pifagora/">https://www.instagram.com/shkola_pifagora/</a>



**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	-4	
2	0,125	
3	20	
4	5	
5	30	
6	1	
7	12	
8	2	
9	31	
10	0,025	
11	0	
12	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}$	
13	$\arctg \frac{5}{3}$	
14	$(0; 1] \cup (2; +\infty)$	
15	7	
16	25/36	
17	$[-1,25; -1] \cup (-1; 1]$	
18	а) 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 б) нет в) 7, 7, 7, 9, 11 или 7, 9, 11, 14	

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий  
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылки любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

vk.com/ege100ballov



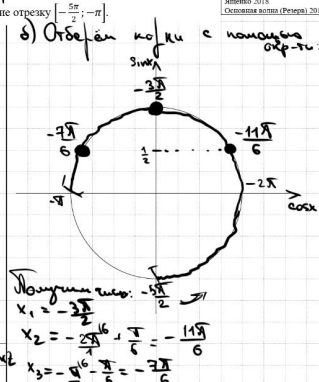
12 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$ .

$$1 - 3 \sin x + 2 \sin^2 x = 0$$

а)  $\sin x = 1$   $\implies \sin x = \frac{1}{2}$   
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$   
 $x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$



б) Получим кор.  $-\frac{5\pi}{2}$   
 $x_1 = -\frac{3\pi}{2}$   
 $x_2 = -\frac{5\pi}{6}$   
 $x_3 = -\frac{7\pi}{6}$

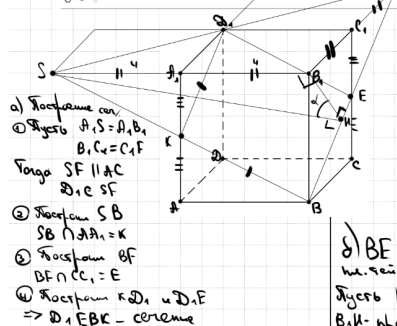
ОТВЕТ: а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}$

Источники:  
 Основы вост. (Резерв) 2020  
 Ященко 2018 (20 пар)  
 Ященко 2018  
 Основы вост. (Резерв) 2014

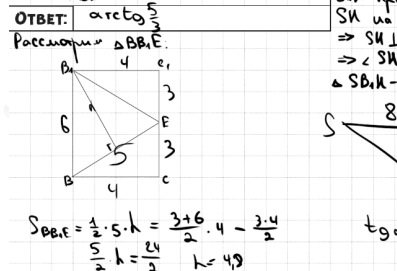
13

Сечением прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $\alpha$ , содержащей прямую  $BD_1$  и параллельной прямой  $AC$ , является ромб.

- а) Докажите, что грань  $ABCD$  — квадрат.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BCC_1$ , если  $AA_1 = 6, AB = 4$ .



а) Докажем сн.  
 Пусть  $AS = A_1 B_1$   
 $B_1 C_1 = C_1 D_1$   
 Тогда  $SF \parallel AC$   
 $SF \perp AC$   
 б) Докажем  $SB$   
 $SB \perp AA_1 = K$   
 Докажем  $BF$   
 $BF \perp CC_1 = E$   
 Докажем  $KD_1$  и  $D_1 F$   
 $\implies D_1 E B K$  — сечение



ОТВЕТ:  $\arctan \frac{5}{3}$   
 Рассмотрим  $\triangle BBE$   
 $KB = 4, BE = 6, BD = 5$   
 $SB_{BEK} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot h = \frac{3+6}{2} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{2}$   
 $\frac{5}{2} h = \frac{24}{2} \implies h = \frac{24}{5}$   
 $\tan \alpha = \frac{5}{3}$

Источники:  
 ЕГЭ (старый базис)  
 ЕГЭ (новый базис)  
 Гурлова И.И. 2019  
 Дворецкая Ольга 2017

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а,	1





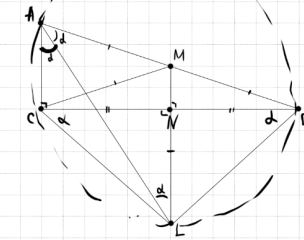
16 В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  – середины гипотенузы  $AB$  и катета  $BC$  соответственно.

- а) Докажите, что треугольники  $AMN$  и  $BLC$  подобны.
- б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если  $\cos \angle BAC = \frac{2}{5}$ .

Источники:

Основная школа 2016

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



а) ①  $MN$  – ср. линия  $\triangle ABC$   
 $\Rightarrow MN \parallel AC$   
 $\Rightarrow \angle CAN = \angle ALM = \alpha$   
 $\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle BLC$   
**ОТВЕТ:**  $\frac{25}{36}$

$\Rightarrow AM = BM = ML$   
 ②  $CM$  – медиана в  $\triangle ABC$   
 $\Rightarrow CM = AM = BM = ML$   
 $\Rightarrow$  Можно построить оск-ть, проходящую через точки  $A, B, L, C$   
 ③  $\angle A = \angle BLC$  (ош. на окружности)  
 $\Rightarrow \triangle BCL$  – равност. (т.к.  $LN$  – медиана)  
 $\Rightarrow \angle BCL = \alpha$   
 $\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle BLC$  по 2 углам ( $\alpha$  и  $\alpha$ )  
 б)  $\cos \alpha = \frac{2}{5}$   
 $1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{2}{5}$   
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$   $\cos \alpha = \frac{4}{5}$   
 ④  $k = \frac{AM}{BL} = \frac{\frac{1}{2}AB}{BL} = \frac{AB}{2BL}$   
 $\triangle ABL$  – равнобедренный, т.к.  $\angle A = \angle BLC$  ош. на диаметр  
 $\sin \alpha = \frac{BL}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AB}{2BL} = \frac{5}{3}$   
 $\frac{S_{AMN}}{S_{BLC}} = k^2 = \frac{25}{36}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ	1

обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	3

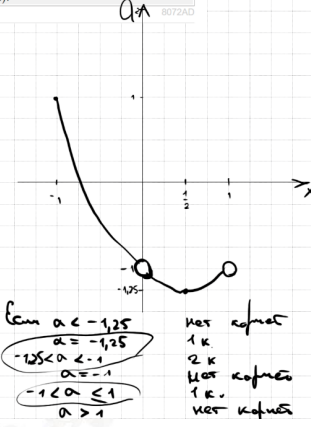
17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\log_2(a - x + 2) = 2$  имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку  $[-1; 1]$ .

Источники:

ЕГЭ (старый формат)

Досрочная волна 2013

$$\begin{cases} (1-x)^2 = a-x+2 \\ 1-x > 0 \\ 1-x \neq 1 \\ x^2 - 2x + 1 + x - 2 = a \\ x < 1 \\ x \neq 0 \\ a = x^2 - x - 1 \quad (x_0 = \frac{1}{2}, a_0 = -1,25) \\ x < 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



**ОТВЕТ:**  $[-1,25; -1) \cup (-1; 1]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210901



**18** Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске остается одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.  
 б) Существует ли пример набора задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?  
 в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 41.

**Источники:**  
 ЕГЭ (старый банк)  
 ЕГЭ (новый банк)  
 Ященко 2019  
 Ященко 2018  
 Семаков 2015  
 Основова волна 2017  
 Основова волна 2013

**Решение:**

а) Задуманные числа: Набор 1 2 3 4 5 6 7  
 11 14 11 1  
 12 4  
 11 23

б) 1 - не все задуманные  
 22 - сумма всех задуманных, кроме 1  
 $\Rightarrow 21$  - сумма всех задуманных, кроме 1 и 11  
 не может быть в наборе чисел  
 $\Rightarrow$  не существует

в) 16 среди задуманных нет, сумма будет тем больше  
 и 18 и 20 и т.д.

а) 1 1 1 1 1 1 1  
 б) нет  
 в) 7 7 9 11 или 7 9 11 14

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952) «82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу).

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;
- 2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

vk.com/ege100ballov



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210901