

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

25 января 2018 года

Вариант МА10309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

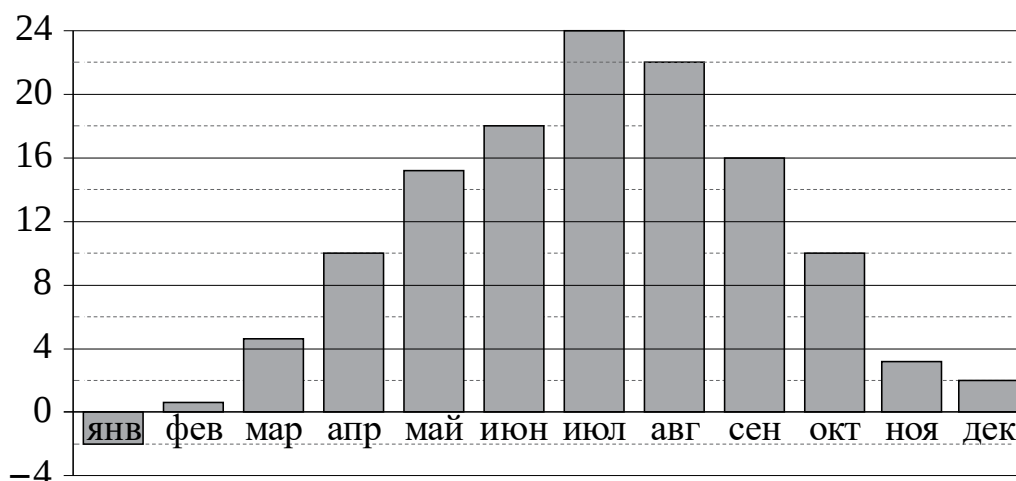
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Задачу №1 правильно решили 18 810 человек, что составляет 57 % выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

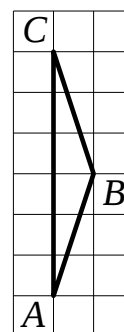
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1988 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины B .



Ответ: _____.

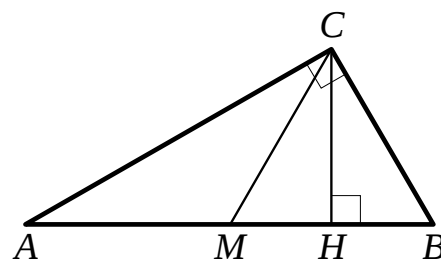
- 4 Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 75 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 12 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-6} = 2$.

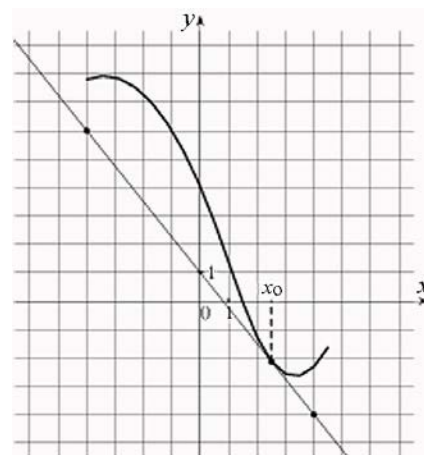
Ответ: _____.

- 6 Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 55° . Найдите угол между высотой CH и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



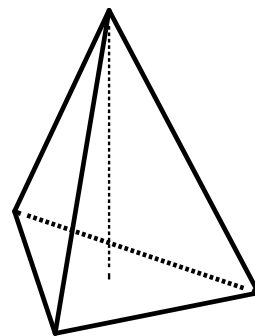
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

- 8 Найдите объём правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6, а высота равна $4\sqrt{3}$.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{-10\sin 97^\circ \cdot \cos 97^\circ}{\sin 194^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

- 11 Расстояние между городами А и В равно 403 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 1 час следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоцикл, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда мотоцикл вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-79 - 18x - x^2}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin(\pi + x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14 В основании правильной пирамиды $PABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 6. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

15 Решите неравенство $\log_{(x+4)^2}(3x^2 - x - 1) \leq 0$.

16 Окружность с центром O проходит через вершины B и C большей боковой стороны прямоугольной трапеции $ABCD$ и касается боковой стороны AD в точке T .

а) Докажите, что угол BOC вдвое больше угла BTC .

б) Найдите расстояние от точки T до прямой BC , если основания трапеции AB и CD равны 4 и 9 соответственно.

17 В июле планируется взять кредит на сумму 69 510 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

18

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 5a^4 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

19

Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из натуральных чисел, причём $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных n .

а) Может ли выполняться равенство $4a_5 = 7a_4$?

б) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?

в) При каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $6na_{n+1} = (n^2 + 24)a_n$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

25 января 2018 года

Вариант МА10310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

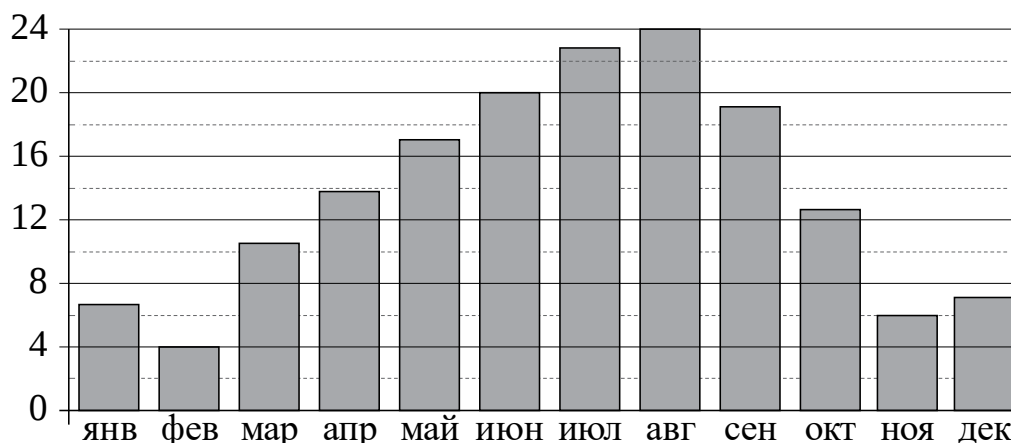
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Задачу №1 правильно решили 31 320 человек, что составляет 87 % выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

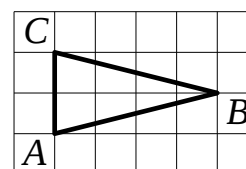
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины B .



Ответ: _____.

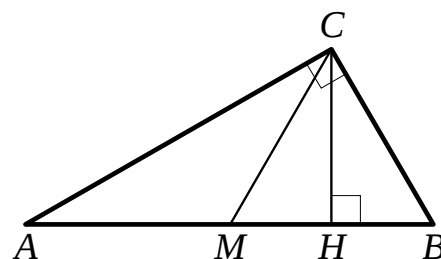
- 4 Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 75 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 21 выступление, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в четвёртый день конкурса?

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+9} = 5$.

Ответ: _____.

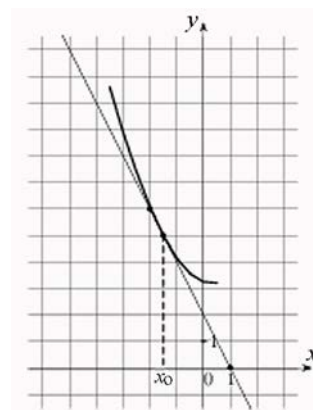
- 6 Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 69° . Найдите угол между высотой CH и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



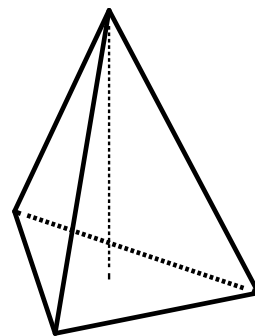
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

Ответ: _____.



- 8 Найдите объём правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 8, а высота равна $6\sqrt{3}$.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{16\sin 112^\circ \cdot \cos 112^\circ}{\sin 224^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 7,29 \cdot 10^7 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

- 11 Расстояние между городами А и В равно 798 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 3 часа следом за ним со скоростью 120 км/ч выехал мотоцикл, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда мотоцикл вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-92 + 20x - x^2}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $2\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(2\pi - x) = \sqrt{3} \sin x$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

- 14** В основании правильной пирамиды $PABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 9. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.
- а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .
- б) Найдите площадь сечения пирамиды.

- 15** Решите неравенство $\log_{(x-3)^2}(3x^2 + 7x + 1) \geq 0$.

- 16** Окружность с центром O проходит через вершины B и C большей боковой стороны прямоугольной трапеции $ABCD$ и касается боковой стороны AD в точке T .
- а) Докажите, что угол BOC вдвое больше угла BTC .
- б) Найдите расстояние от точки T до прямой BC , если основания трапеции AB и CD равны 1 и 25 соответственно.

- 17** В июле планируется взять кредит на сумму 40 040 рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.
- На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 = 10xy, \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 10a^4 \end{cases}$ имеет ровно два решения.

- 19** Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из натуральных чисел, причём $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных n .

а) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 9a_4$?

б) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?

в) При каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $3na_{n+1} = (n^2 - 1)a_n$?