

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Досрочный экзамен 30 марта 2018 года

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

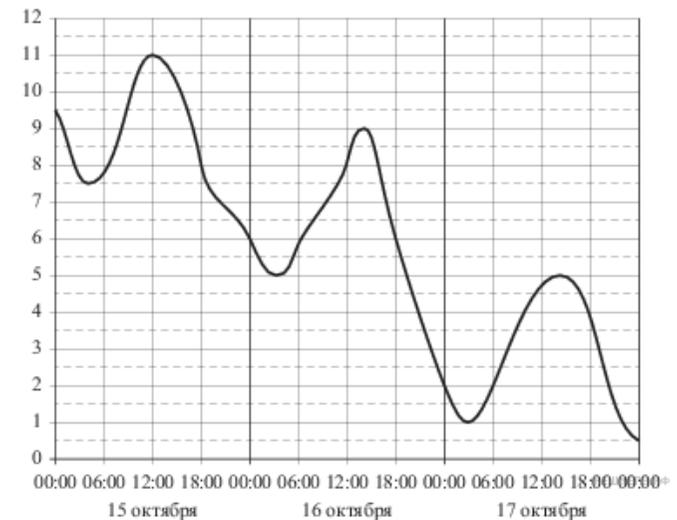
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Диагональ экрана телевизора равна 113 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров?

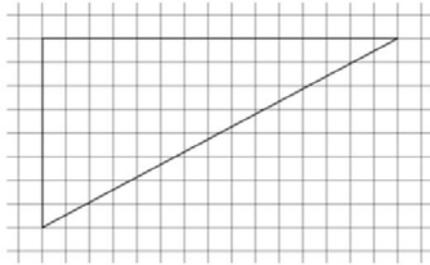
Ответ: _____.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 17 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия?



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его гипотенузы.



Ответ: _____.

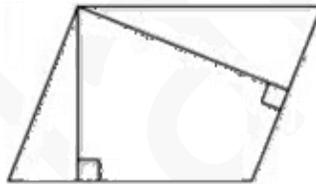
4. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 24 доклада, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $(x + 1)^5 = 32$

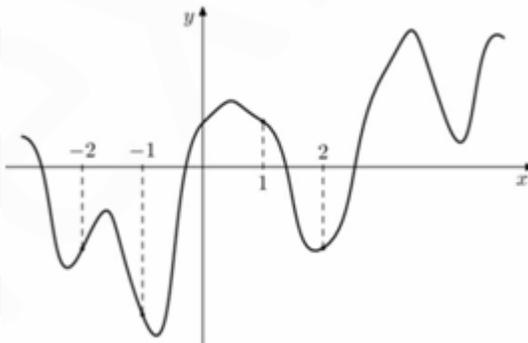
Ответ: _____.

6. Стороны параллелограмма равны 12 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.



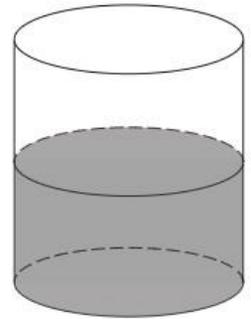
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 2$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

8. В цилиндрический сосуд налили 1000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 14 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 7 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{7 \sin 154^\circ}{\sin 77^\circ \sin 13^\circ}$

Ответ: _____.

10. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 5$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 19,1$ — постоянная, $T = 300 \text{ K}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 28650 Дж.

Ответ: _____.

11. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 775 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 61 час после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 - 9x + 9)e^x$ на отрезке $[-5; 3]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4 \sin^2 \frac{x}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

14. На ребре AA_1 правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка K , причем $AK : KA_1 = 1 : 3$. Через точки K и B проведена плоскость α , параллельная прямой AC и пересекающая ребро DD_1 в точке M .

А) Докажите, что точка M – середина ребра DD_1

Б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если, $AB = 5, AA_1 = 4$

15. Решите неравенство $\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$

16. Высоты тупоугольного треугольника ABC с тупым углом ABC пересекаются в точке H . Угол AHC равен 60 градусов.

А) Докажите, что угол ABC равен 120 градусов

Б) Найдите BH , если $AB=6, BC=10$

17. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 20% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, какую сумму взяли в кредит, если известно, что кредит был выплачен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года) и общая сумма выплат составила 311040 рублей.

18. Найти все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \ln(9 - x^2 - y^2) = 0 \\ ((x+5)^2 + y^2 - a^2)(x + y + 5 - a) = 0 \end{cases}$$

имеет два различных решения

19. На доске написаны числа a_1, \dots, a_n каждое из которых не меньше 50 но не больше 150 . Каждое из чисел a_i уменьшили на $r_i\%$. При этом для каждого i ($1 \leq i \leq n$) либо r_i равно 2 , либо число a_i уменьшилось на 2 .

а) Может ли среднее арифметическое чисел r_1, \dots, r_n быть равным 5 ?

б) Может ли оказаться что среднее арифметическое чисел r_1, \dots, r_n больше 2 , а сумма чисел a_1, \dots, a_n уменьшилась более чем на $2n$?

в) Пусть на доске написано 30 чисел, сумма которых уменьшилась на 40 .

Найдите наибольшее значение среднего арифметического r_1, \dots, r_{30} .