

14 (повышенный уровень, время – 3 мин)

Тема: Позиционные системы счисления.

Что проверяется:

Знание позиционных систем счисления.

1.4.1. Позиционные системы счисления.

1.1.3. Умение строить информационные модели объектов, систем и процессов в виде алгоритмов(?).

Что нужно знать:

- принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления
- чтобы перевести число, скажем, 12345_N , из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

4 3 2 1 0 ← разряды

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5_N = 1 \cdot N^4 + 2 \cdot N^3 + 3 \cdot N^2 + 4 \cdot N^1 + 5 \cdot N^0$$

$$N^0 = 1$$

- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2 , и т.д.
- число 10^N записывается как единица и N нулей: $10^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$
- число $10^N - 1$ записывается как N девяток: $10^N - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_N$
- число $10^N - 10^M = 10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как $N-M$ девяток, за которыми стоят M нулей: $10^N - 10^M = \underbrace{9 \dots 9}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M$
- число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей: $2^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$
- число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$
- число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$
- поскольку $2^N + 2^N = 2 \cdot 2^N = 2^{N+1}$, получаем $2^N = 2^{N+1} - 2^N$, откуда следует, что $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$
- число 3^N записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$
- число $3^N - 1$ записывается в троичной системе как N двоек: $3^N - 1 = \underbrace{2 \dots 2}_N$
- число $3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в троичной системе как $N-M$ двоек, за которыми стоят M нулей: $3^N - 3^M = \underbrace{2 \dots 2}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M$
- можно сделать аналогичные выводы для любой системы счисления с основанием a :
 - число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей: $a^N = \underbrace{10 \dots 0}_N$

- число $a^N - 1$ в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр $(a-1)$: $a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\dots(a-1)}_N$
- число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как $N-M$ старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей: $a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\dots(a-1)}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M$

Пример задания:

P-25. (демо-2021) Значение арифметического выражения: $49^7 + 7^{21} - 7$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

Решение:

- 1) приведём все числа к степеням семерки, учитывая, что $49 = 7^2$
 $7^{14} + 7^{21} - 7^1$
- 2) расставим степени в порядке убывания:
 $7^{21} + 7^{14} - 7^1$
- 3) Очевидно, что «шестёрки» в семеричной записи значения выражения возникнут только за счёт вычисления разности $7^{14} - 7^1$, их количество равно $14-1=13$
- 4) Ответ: **13**.

Решение (использование программы):

- 1) язык Python позволяет работать с большими числами, не задумываясь о том, что для их хранения требуется больше памяти, чем для «обычного» целого числа (когда значение не помещается в 4 байта, интерпретатор автоматически переходит на представление числа в виде массива с «длинной арифметикой»)
- 2) поэтому может быть написана программа, которая вычисляет нужное значение и методом деления в столбик определяет все цифры его записи в семеричной системе счисления; шестёрки считаем с помощью счётчика `count6`:

```
x = 49**7 + 7**21 - 7
count6 = 0
while x:
    if x % 7 == 6: count6 += 1
    x //= 7
print( count6 )
```

- 3) Ответ: **13**.

Решение (использование программы в среде Pascal ABC.NET, А. Агафонцев):

- 1) Pascal ABC.NET за счет использования фреймворка .NET позволяет воспользоваться типом `System.Numerics.BigInteger` (предназначенным для произвольно больших целых со знаком) и связанными с ним функциями.
- 2) Таким образом, программа получается во многом схожей с программами на Python. Особо отметим, что использование функций возведения в степень не связанных с типом `BigInteger` для систем с основанием, не являющимся степенью двойки, приводит к неверным результатам из-за использования вещественных чисел. Например, `BigInteger(power(9,34))` или `BigInteger(9 ** 34)` преобразуют вещественное число в целое произвольно большой длины, но еще при операции возведения в степень потеряется часть идеальной, математической мантииссы.
- 3) В связи с вышесказанным допустимо только использование записей вида `BigInteger.Pow(9,34)`.
- 4) Полная программа:

```
var
```

```

    a: BigInteger;
    k: int64;
begin
    a := BigInteger.Pow(49, 7) + BigInteger.Pow(7, 21) - 7;
    k := 0;
    while (a > 0) do
    begin
        if (a mod 7 = 6) then
            k := k + 1;
        a := a div 7;
    end;
    writeln(k);
end.

```

5) Ещё одно решение на PascalABC.NET (П.Е. Финкель)

```

begin
    var k:=0;
    var x:=49bi**7+7bi**21-7;
    while x>0 do begin
        if x mod 7=6 then k+=1;
        x:=x div 7;
    end;
    println(k);
end.

```

6) здесь «bi» длинным, а ** означает возведение в степень

7) Ответ: 13.

Решение (использование программы на Java, М. Коротков):

- 1) язык Java позволяет работать с большими числами с помощью типа **BigInteger**;
- 2) может быть написана программа, которая вычисляет значение арифметического выражения и методом деления в столбик определяет все цифры его записи в семеричной системе счисления; шестёрки считаем с помощью счётчика amt6:

3) полная программа:

```

import java.math.BigInteger;
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        final BigInteger SIX = BigInteger.valueOf(6);
        final BigInteger SEVEN = BigInteger.valueOf(7);
        final BigInteger NUM1 = BigInteger.valueOf(49).pow(7);
        final BigInteger NUM2 = BigInteger.valueOf(7).pow(21);

        BigInteger num = NUM1.add(NUM2).subtract(SEVEN);
        BigInteger amt6 = BigInteger.ZERO;
        while (!num.equals(BigInteger.ZERO)) {
            if (num.mod(SEVEN).equals(SIX)) {
                amt6 = amt6.add(BigInteger.ONE);
            }
            num = num.divide(SEVEN);
        }
        System.out.println(amt6);
    }
}

```

4) Ответ: 13.

Ещё пример задания:

P-24. (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $64^{10} + 2^{90} - 16$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) Приведём все числа к степеням восьмерки, учитывая, что $16 = 64 - 48 = 8^2 - 6 \cdot 8^1$
 $64^{10} + 2^{90} - 16 = (8^2)^{10} + 2^{3 \cdot 30} - (8^2 - 48) = 8^{20} + 8^{30} - 8^2 + 6 \cdot 8^1$
- 2) Перепишем выражение, располагая степени восьмёрки в порядке убывания:
 $8^{20} + 8^{30} - 8^2 + 6 \cdot 8^1 = 8^{30} + 8^{20} - 8^2 + 6 \cdot 8^1$
- 3) Очевидно, что «семёрки» в восьмеричной записи значения выражения возникнут только за счёт вычисления разности $8^{20} - 8^2$, их количество равно $20 - 2 = 18$
- 4) Ответ: **18**.

Решение (использование программы в среде Pascal ABC.NET, А. Агафонцев):

- 1) В среде Pascal ABC.NET при использовании типа BigInteger задача может быть решена с помощью программы:

```
var
  a: BigInteger;
  k: int64;
begin
  a := BigInteger.Pow(64, 10) + BigInteger.Pow(2, 90) - 16;
  k := 0;
  while (a > 0) do
  begin
    if (a mod 8 = 7) then
      k := k + 1;
    a := a div 8;
  end;
  writeln(k);
end.
```

- 2) Ответ: **18**.
- 3) Ещё одно решение на PascalABC.NET (П.Е. Финкель)

```
begin
  var k:=0;
  var x:=64bi**10+2bi**90-16;
  while x>0 do begin
    if x mod 8=7 then k+=1;
    x:=x div 8;
  end;
  println(k);
end.
```

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) если доступна среда программирования на Python, можно написать программу, которая использует встроенную арифметику длинных чисел:
 $x = 64^{10} + 2^{90} - 16$
`print( oct(x).count('7') )`
- 2) ответ: **18**.

Ещё пример задания:

Р-23. (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) Приведём все числа к степеням тройки, учитывая, что $19=27-8=3^3-(2\cdot 3^1+2\cdot 3^0)$:
 $9^9 - 3^9 + 9^{19} - 19 = (3^2)^9 - 3^9 + (3^2)^{19} - (3^3 - (2\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0)) = 3^{18} - 3^9 + 3^{38} - 3^3 + 2\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0$
- 2) Перепишем выражение, располагая степени тройки в порядке убывания:
 $3^{18} - 3^9 + 3^{38} - 3^3 + 2\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0 = 3^{38} + 3^{18} - 3^9 - 3^3 + 2\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0$
- 3) Сначала рассмотрим часть выражения, в которой имеется два расположенных подряд «минуса»: $3^{18} - 3^9 - 3^3$:
 - а. найдём разность двух крайних чисел: $3^{18} - 3^3$, в её троичной записи $18 - 3 = 15$ «двоек» и 3 «нуля»;
 - б. вычтем из этого числа значение 3^9 : одна из «двоек» (на 10-й справа позиции) уменьшится на 1, остальные цифры не изменятся;
 - с. итак, троичная запись разности $3^{18} - 3^9 - 3^3$ содержит $15 - 1 = 14$ «двоек», одну «единицу» и 3 «нуля»
- 4) Прибавим к полученному значению сумму: $2\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0 = 22_3$. В троичной записи результата два крайних справа нуля заменяются на «двойки», остаётся один ноль. Общее количество «двоек»: $14+2=16$.
- 5) Прибавление значения 3^{38} не изменит количества «двоек» в троичном числе: слева от имеющихся цифр появятся ещё $38 - 18 = 20$ «нулей» и одна «единица» – на 39-й справа позиции.
- 6) Итак, результат, записанный в троичной системе, содержит 39 цифр. Его состав: 16 «двоек», 2 «единицы» (их позиции: 39-я и 10-я справа) и 21 «нуль» ($39-16-2=21$).
- 7) Ответ: **16**.

Ещё пример задания:

Р-22. Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

- 1) приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней:
 $9^8 + 3^5 - 9 = 3^{16} + 3^5 - 3^2$
- 2) первое слагаемое, 3^{16} , даёт в троичной записи одну единицу – она нас не интересует
- 3) пара $3^5 - 3^2$ даёт $5 - 2 = 3$ двойки
- 4) Ответ: **3**.

Решение (программа, Б.С. Михлин):

- 1) задача может быть решена с помощью программы на Python, где есть встроенная поддержка длинных чисел:


```
x = 9**8+3**5-9
x3 = ''
while x:
    x3 = str(x%3) + x3
    x //= 3
print( 'Ответ: ', x3.count('2') )
```
- 2) вариант без использования символьных строк:


```
x = 9**8+3**5-9
count2 = 0
```

```

while x:
    if x % 3 == 2:
        count2 += 1
    x //= 3
print( 'Ответ:', count2 )

```

3) Ответ: 3.

Решение (электронные таблицы, Б.С. Михлин):

- 1) эта конкретная задача может быть решена с помощью электронных таблиц
- 2) *Замечание.* Электронные таблицы имеют ограничения при работе с длинными целыми числами. Например, Excel при вводе больших чисел заменяет все цифры после 15-го разряда на нули. Это легко проверить, введя в ячейку число с более чем 15-ю разрядами. Обычно электронные таблицы при этом переходят к экспоненциальному (научному) формату. Если число больше, чем 10^{15} , то оно хранится как вещественное число (неточно). Это ограничивает использование электронных таблиц. В этой задаче заданное число меньше, чем 10^{15} , поэтому использовать электронные таблицы можно.

- 3) введём заданное число, заданное арифметическим выражением, в ячейку электронной таблицы:

A1		fx		=9^8+3^5-9	
	A	B	C		
1	43046955				
2					

- 4) выполним алгоритм перевода числа в троичную систему: найдём в B1 остаток от деления числа на 3, а в A2 – частное:

D15		fx			
	A	B	C		
1	=9^8+3^5-9	=ОСТАТ(A1;3)			
2	=ЧАСТНОЕ(A1;3)				

- 5) скопируем формулы из A2 и B1 вниз до того момента, когда частное станет равно 0 (это означает окончание процесса перевода):

14	27	0
15	9	0
16	3	0
17	1	1
18	0	0

- 6) подсчитаем в столбце B число остатков, равных 2:

B19		fx		=СЧЁТЕСЛИ(B1:B18;2)	
	A	B	C		
16	3	0			
17	1	1			
18	0	0			
19		3			

- 7) Ответ: 3.
- 8) в OpenOffice Calc нужно использовать такие формулы:
 в A2: =QUOTIENT (A1 ; 3)
 в B1: =MOD (A1 ; 3)
 в B19: =COUNTIF (B1 : B18 ; 2)

Ещё пример задания:**Р-21.** Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

- 1) *Общая идея:* количество значащих нулей равно количеству всех знаков в двоичной записи числа (его длине!) минус количество единиц
- 2) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $250 = 256 - 4 - 2 = 2^8 - 2^2 - 2^1$:

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 =$$

$$= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$
- 3) старшая степень двойки – 2^{1536} , двоичная запись этого числа представляет собой единицу и 1536 нулей, то есть, состоит из 1537 знаков; таким образом, остаётся найти количество единиц
- 4) вспомним, число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$
- 5) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N - 2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
- 6) в нашем случае вы выражении

$$2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$
 стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу
- 7) используем теперь равенство $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$, так что $-2^{128} = -2^{129} + 2^{128}$; получаем

$$2^{1536} + 2^{1024} - 2^{129} + 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$
 здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
- 8) общее число единиц равно $1 + (1024 - 129) + (128 - 8) + 1 + 1 = 1018$
- 9) таким образом, количество значащих нулей равно $1537 - 1018 = 519$
- 10) ответ: **519**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 3) если доступна среда программирования на Python, можно написать программу, которая использует встроенную арифметику длинных чисел:

```
x = 4**512 + 8**512 - 2**128 - 250
print( bin(x) [2:].count('0') )
```

- 4) ответ: **519**.

Ещё пример задания:**Р-20.** Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122$$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7 - 2^2 - 2^1$:

$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 =$$

$$= 2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$$
- 2) вспомним, число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$$
- 3) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N - 2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
- 4) в нашем случае вы выражении

$$2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$$

стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу

- 5) используем теперь равенство $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$, так что $-2^{150} = -2^{151} + 2^{150}$, получаем $2^{4030} + 2^{1215} - 2^{151} + 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$
- здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
- 6) общее число единиц равно $1 + (1215 - 151) + (150 - 7) + 1 + 1 = 1210$
- 7) ответ: **1210**.

Решение (С.О. Куров, Москва):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7 - 2^2 - 2^1$:
 $4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 =$
 $= 2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$
- 2) ищем в **разности** крайнюю левую степень двойки и крайнюю правую $2^{1215} - 2^7$, при этом 2^{150} на время «теряем»
- 3) определяем количество единиц в разности $2^{1215} - 2^7$, получаем $1215 - 7 = 1208$ единиц
- 4) так как «внутри» этой разности есть еще 2^{150} , то просто вычитаем одну единицу: $1208 - 1 = 1207$; итого в разности $2^{1215} - 2^{150} - 2^7$ ровно 1207 единиц
- 5) осталось прибавить по одной единицы от чисел 2^{4030} , 2^2 , 2^1
- 6) Ответ: **1210**

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) используется встроенная «длинная арифметика» в Python:

```
x = bin( 4**2015 + 8**405 - 2**150 - 122 )
print( x.count( '1' ) )
```
- 2) ответ: **1210**.

Ещё пример задания:

P-19. Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$.

Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

- 1) переведём все числа в десятичную систему счисления:
 $121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$, $101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$
- 2) собирая всё в одно уравнение получаем
 $x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0$
- 3) это уравнение имеет два решения, 6 и -8; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ – 6
- 4) переводим ответ в троичную систему: $6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3$.
- 5) ответ: **20**.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу перебором с помощью программы:

```
a = 1*7**2 + 0 + 1 # перевод "101" в 10-ю систему
c = a - 1           # число "121" в 10-й системе
for i in range(3,100): # перебираем возможные основания
    b = 1*i**2 + 2*i + 1 # перевод в 10-ю систему числа "121"
    if b == c:
        x = i # основание системы счисления (в 10й системе)
        break
x3 = ''
```

```

while x > 0: # перевод основания в 3-ю систему
    x3 += str(x%3)
    x //= 3
x3 = x3[::-1] # разворот числа
print(x3)

```

2) ответ: **20**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

3) вариант программы:

```

for x in range( 3, 37): # среди оснований от 3 до 36
    if int( '121', x ) + 1 == int( '101', 7 ):
        break
print('в 10 с.с:', x)
s = ''
while x:
    s = str( x%3 ) + s
    x //= 3
print( 'Ответ в 3 с.с:', s )

```

4) ответ: **20**.

Ещё пример задания:

Р-18. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = (2^2)^{2014} + 2^{2015} - 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

2) вспомним, что число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$,

а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$

3) согласно п. 2, число $2^{2015} - 2^3$ запишется как 2012 единиц и 3 нуля

4) прибавление 2^{4028} даст ещё одну единицу, всего получается $2012 + 1 = 2013$ единиц

5) ответ: **2013**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

5) программа использует встроенную «длинную арифметику» Python:

```

x = bin( 4**2014 + 2**2015 - 8 )
print( x.count( '1' ) )

```

6) ответ: **2013**.

Ещё пример задания:

Р-17. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 6 как $2^2 + 2^1$

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6 = (2^2)^{2016} + 2^{2018} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 = 2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1$$

2) вспомним, что число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$,

а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$

- 3) согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^{1800}$ запишется как 218 единиц и 1800 нулей
- 4) прибавление 2^{4032} даст ещё одну единицу, а прибавление $2^2 + 2^1$ – ещё две, всего получается $218 + 3 = 221$ единица
- 5) ответ: **221**.

Ещё пример задания:

Р-16. Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

Решение:

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как $2^6 + 2^4$
 $4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 3) вспомним, что число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1 \dots 1}_N$,
 а число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$
- 4) согласно п. 2, число $2^{2400} - 2^{2018}$ запишется как 382 единицы и 2018 нулей
- 5) добавляем старшее слагаемое 2^{4032} , получаем число $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018}$, в котором 383 единицы и в конце (после последней единицы) – 2018 нулей:
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10 \dots \underbrace{01 \dots 10}_{382} \dots \underbrace{0}_{2018}$
- 6) выделим из этого значения последнюю единицу со следующими 2018 нулями как отдельное слагаемое (число 2^{2018}):
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10 \dots \underbrace{01 \dots 10}_{381} \dots \underbrace{0}_{2019} + \underbrace{10 \dots 0}_{2018} = K + 2^{2018}$,
 где число K содержит **382** единицы в старших разрядах; таким образом, интересующее нас число равно $K + 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 7) согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^6$ запишется как 2012 единиц и 6 нулей; также выделим последнюю единицу с последующими нулями как отдельное слагаемое:
 $2^{2018} - 2^6 = \underbrace{1 \dots 10 \dots 0}_{2012} \dots \underbrace{0}_6 = \underbrace{1 \dots 10 \dots 0}_{2011} \dots \underbrace{0}_7 + \underbrace{10 \dots 0}_6 = L + 2^6$
 где число L содержит **2011** единиц
- 8) теперь остаётся найти, сколько единиц будет в двоичной записи числа $2^6 - 2^4$, согласно п. 2 находим, что оно содержит **2** единицы
- 9) таким образом, общее число единиц равно $382 + 2011 + 2 = 2395$
- 10) ответ: **2395**.

Решение (способ 2, Е.А. Смирнов, Нижегородская область):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как $2^6 + 2^4$
 $4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 3) представим $-2^{2018} = -2^{2019} + 2^{2018}$ и $-2^6 = -2^7 + 2^6$
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^4$
- 4) слагаемое 2^{4032} в двоичной записи содержит **1** единицу
- 5) слагаемое $2^{2400} - 2^{2019}$ содержит **381** единицу (число $2^N - 2^K$ при $K < N$ в двоичной системе записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1 \dots 1}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K$)

- 6) слагаемое $2^{2018} - 2^7$ содержит 2011 единиц, слагаемое $2^6 - 2^4$ содержит 2 единицы
 7) позиции единиц во всех этих слагаемых не совпадают, поэтому общее количество единиц равно $1 + 381 + 2011 + 2 = 2395$
 ответ: 2395

Решение (способ 3, А.И. Козлов, г. Северобайкальск):

- 1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как $2^6 + 2^4$
 $4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
- 2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
 $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
- 3) выражение $2^{4032} - 2^4$ даёт 2396 единиц и 4 нолика в конце, откуда вычеркиваем (заменяем на ноль) единичку, стоящую на седьмом месте справа (2^6) и, соответственно на 2019 месте справа (2^{2018}). Следовательно, остаётся 2394 единички.
- 4) С учетом того, что 2^{4032} даёт нам одну единицу, в итоге получаем 2395 единиц
- 5) Ответ: 2395

Ещё пример задания:

Р-15. Решите уравнение $60_8 + x = 120_7$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

- 1) удобнее всего перевести все числа в десятичную систему, решить уравнение и результат перевести в шестеричную систему
- 2) получаем $60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48$, $120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 = 63$
- 3) уравнение приобретает вид $48 + x = 63$, откуда получаем $x = 15$
- 4) переводим 15 в шестеричную систему счисления: $15 = 2 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 23_6$
- 5) ответ: 23.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
a = int('60', 8) # перевод "60" в 10-ю систему
b = int('120', 7) # перевод "120" в 10-ю систему
x = b - a # число X в 10-й системе
x6 = ''
while x > 0: # перевод в 6-ю систему
    x6 += str(x%6)
    x //= 6
x6 = x6[::-1] # разворот числа
print(x6)
```
- 2) ещё один вариант программы (Б.С. Михлин):

```
x = int('120', 7) - int('60', 8)
print('в 10 с.с:', x)
s = ''
while x:
    s = str(x%6) + s
    x //= 6
print('Ответ в 6 с.с:', s)
```
- 3) ответ: 23.

Ещё пример задания:

Р-14. Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Решение:

- 1) если запись числа в системе счисления с основанием N заканчивается на 0, то это число делится на N нацело
- 2) поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 3 и на 5, то есть, делится на 15
- 3) очевидно, что это число **15**.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(1,100):
    x = i
    x3 = ''
    while x > 0: # перевод в 3-ю систему
        x3 += str(x%3)
        x //= 3
    x3 = x3[::-1][:-1] # последняя цифра числа
    x = i
    x5 = ''
    while x > 0:
        x5 += str(x%5)
        x //= 5
    x5 = x5[::-1][:-1]
    if x3 == "0" and x5 == "0":
        print(i)
        break
```

- 2) ответ: **15**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) Используется тот факт, что последняя цифра в записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N:

```
for x in range(1,101): # ищем решение от 1 до 100
    if x%3 == x%5 == 0: # 'and' можно не использовать
        print(x)
        break
```

- 2) ответ: **15**.

Ещё пример задания:

Р-13. Запись числа 67_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Укажите основание этой системы счисления N.

Решение:

- 1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 1, то остаток от деления числа 67 на N равен 1, то есть при некотором целом k имеем

$$k \cdot N + 1 = 67 \Rightarrow k \cdot N = 66$$

- 2) следовательно, основание N – это делитель числа 66

- 3) с другой стороны, запись числа содержит 4 цифры, то есть $1000_N \leq 67 < 10000_N \Rightarrow N^3 \leq 67 < N^4$
- 4) выпишем кубы и четвертые степени первых натуральных чисел, которые являются делителями числа 66:
 $2^3 = 8, 3^3 = 27, 6^3 = 216, \dots$
 $2^4 = 16, 3^4 = 81, \dots$
- 5) видим, что из этого списка только для числа $N = 3$ выполняется условие $N^3 \leq 67 < N^4$
- 6) таким образом, верный ответ – 3.
- 7) можно сделать проверку, переведя число 67 в троичную систему $67_{10} = 2111_3$

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(2,37):# перебираем возможные основания
    x = 67
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N[-1] == "1" and len(x_N) == 4:
        print(i)
        break
```
- 2) ответ: 3.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) Если при переводе из 10-й в N-ю систему счисления очередную полученную цифру дописывать слева к найденным ранее цифрам (т.е. так, как мы и делаем при ручном переводе), то не нужен будет разворот числа.
- 2) Для $i > 10$ надо учитывать, что цифра может быть буквой.
- 3) Верхняя граница основания 99 в цикле `for i` завышена. Арабских цифр и латинских букв хватит только для оснований до $10+26=36$. Далее нет общепринятых правил обозначения цифр (если хотим получать N-ичное представление числа).

```
for N in range(2, 37): # подбираем основание от 2 до 36
    x = 67
    s = '' # в s будет представление числа в N-ичной системе
    while x:
        d = x % N # цифра (digit)
        if d < 10:
            d = str(d) # цифра от 0 до 9
        else:
            d = chr(ord('A') + d - 10) # «цифра» от A до Z
        s = d + s # цифру d приписываем слева к s
        x //= N
    if s[-1] == '1' and len(s) == 4:
        print(N)
        break
```
- 4) возможен второй вариант: без представления всего числа в N-й системе счисления; здесь можно брать основание больше 36.

```
for N in range(2, 101): # подбираем основание от 2 до 100
    x = 67
```

```

k = 0 # счетчик цифр (разрядов) N-ичного числа
while x:
    d = x % N # очередная цифра (digit)
    k += 1
    if k == 1: d0 = d # d0 - младшая цифра
    x //= N
if d0 == 1 and k == 4:
    print( N )
    break

```

5) ответ: 3.

Еще пример задания:

Р-12. Запись числа 381_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 3 и содержит 3 цифры. Укажите наибольшее возможное основание этой системы счисления N .

Решение:

- 1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 3, то остаток от деления числа 381 на N равен 3, то есть при некотором целом k имеем

$$k \cdot N + 3 = 381 \Rightarrow k \cdot N = 378$$

- 2) следовательно, основание N – это делитель числа $378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

- 3) с другой стороны, запись числа содержит 3 цифры, то есть

$$100_N \leq 381 < 1000_N \Rightarrow N^2 \leq 381 < N^3$$

- 4) неравенство $N^2 \leq 381$ дает $|N| \leq 19$ (так как $19^2 = 361$, $20^2 = 400$)

- 5) неравенство $381 < N^3$ дает $8 \leq N$ (так как $7^3 = 343$, $8^3 = 512$)

- 6) таким образом, $8 \leq N \leq 19$; в этом диапазоне делителями числа 378 являются числа

- 9, при $N = 9$ получаем запись числа $381_{10} = 463_9$
- 14, при $N = 14$ получаем запись числа $381_{10} = 1D3_{14}$
- 18, при $N = 18$ получаем запись числа $381_{10} = 133_{18}$

- 7) наибольшим из приведенных чисел – это 18 (можно было сразу искать подбором наибольший делитель числа 378, начиная с 19 «вниз», на уменьшение)

- 8) таким образом, верный ответ – 18.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:

```

for i in range(100,1,-1):# перебираем возможные основания
    x = 381
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
        else: x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N == '': pass
    elif x_N[-1]== "3" and len(x_N) == 3:
        print(i)
        break

```

- 2) ответ: 18.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) Если цифры больше девяти не представлять латинскими буквами, то программа даст неверный ответ 27, т.к. 381 в 27-ичной системе не (14)3, а E3 (т.е. двухзначное число)

```
for N in range(36, 3, -1): # подбираем основание N от 36 до 4
    x = 381
    s = ''
    while x:
        d = x % N # цифра (digit)
        if d < 10:
            d = str(d) # цифра от 0 до 9
        else:
            d = chr(ord('A') + d - 10) # буквенная цифра от A до Z
            s = d + s # цифру d приписываем слева
        x //= N
    if s[-1] == '3' and len(s) == 3:
        print(N)
        break
```

- 2) ответ: 18.

Еще пример задания:

Р-11. Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием четыре оканчивается на 11?

Общий подход:

- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на N , а две младших цифры – это остаток от деления на N^2 и т.д.
- в данном случае $N = 4$, остаток от деления числа на $N^2 = 16$ должен быть равен $11_4 = 5$
- потому задача сводится к тому, чтобы определить все числа, которые меньше или равны 25 и дают остаток 5 при делении на 16

Решение (вариант 1, через десятичную систему):

- 1) общий вид чисел, которые дают остаток 5 при делении на 16:

$$k \cdot 16 + 5$$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...)

- 2) среди всех таких чисел нужно выбрать те, что меньше или равны 25 («не превосходят 25»); их всего два: 5 (при $k = 0$) и 21 (при $k = 1$)
- 3) таким образом, верный ответ – 5, 21.

Возможные ловушки и проблемы:

- выражение «не превосходящие X » означает «меньшие или равные X », а не строго меньшие X
- остаток, состоящий из нескольких цифр (здесь – 11_4), нужно не забыть перевести в десятичную систему
- найденные числа нужно записать именно в порядке возрастания, как требуется

Решение (вариант 2, через четверичную систему, предложен О.А. Тузовой):

- 1) переведем 25 в четверичную систему счисления: $25 = 121_4$, все интересующие нас числа не больше этого значения
- 2) из этих чисел выделим только те, которые заканчиваются на 11, таких чисел всего два: это $11_4 = 5$ и $111_4 = 21$

3) таким образом, верный ответ – 5, 21.

Возможные ловушки и проблемы:

- есть риск случайно «забыть» какое-то число или найти «лишнее» (в данном случае – большее 25)
- можно сделать ошибки при переводе чисел из четверичной системы в десятичную или вообще «забыть» перевести

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(1,31):# перебираем ответы
    x = i
    x4 = ''
    while x > 0:# перевод в 4-ю систему
        x4 += str(x%4)
        x //=4
    x4 = x4[::-1]# разворот числа
    if x4[-2:]== "11":
        print(i, end=",")
```

2) ответ: 5, 21.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) полная программа:

```
for d in '0', '1': # d - цифра (digit). При d > 1 - выход за 25
    # int - переводит из 4-ой в 10-ую систему
    print( int( d+'11', 4 ), end = ', ' )
```

2) Ответ: 5, 21.

Еще пример задания:

Р-10. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 2.

Общий подход:

- здесь обратная задача – неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- поскольку последняя цифра числа – 2, основание должно быть больше 2, то есть $N > 2$
- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на N

Решение:

1) итак, нужно найти все целые числа $N \geq 3$, такие что остаток от деления 23 на N равен 2, или (что то же самое)

$$23 = k \cdot N + 2 \quad (*)$$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...);

- 2) сложность в том, что и k , и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это натуральные числа
- 3) из формулы (*) получаем $k \cdot N = 21$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители числа 21, которые больше 2
- 4) в этой задаче есть только три таких делителя: $N = 3, 7$ и 21
- 5) таким образом, верный ответ – 3, 7, 21.

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно учесть, что основание системы счисления должно быть *больше* любой цифры числа, поэтому делитель $N = 1$ не подходит (должно быть $N > 2$)
- числа нужно записывать в ответе в порядке возрастания, как требуется по условию

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(3,50):# перебираем возможные основания
    x = 23 # число по условию
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
        else: x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N == '': pass
    elif x_N[-1]== "2":
        print(i, end=",")
```

2) Ответ: **3, 7, 21.**

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

3) полная программа:

```
for x in range(3, 22): # x - основание от 3 до 21
                        # (далее перебирать нет смысла)
    if 23 % x == 2:
        print( x, end = ', ' )
```

4) Ответ: **3, 7, 21.**

Еще пример задания:

Р-9. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 11.

Общий подход:

- неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- пока будем считать, что запись числа 31 в системе с основанием N состоит из трех цифр, причем две младшие (11) нам даны, а одну (обозначим ее через k) нужно найти:

2 1 0 ← разряды

$$31 = k \ 1 \ 1_N = k \cdot N^2 + N^1 + N^0 = k \cdot N^2 + N + 1$$

- можно показать, что при большем количестве разрядов эта формула также верна, то есть, число 31 можно представить как $31 = k \cdot N^2 + N + 1$ при некотором целом k ; например, для числа с пятью разрядами получаем:

4 3 2 1 0 ← разряды

$$31 = k_4 \ k_3 \ k_2 \ 1 \ 1_N = k_4 \cdot N^4 + k_3 \cdot N^3 + k_2 \cdot N^2 + N^1 + N^0 \\ = k \cdot N^2 + N + 1$$

для $k = k_4 \cdot N^2 + k_3 \cdot N + k_2$ (из первых трех слагаемых вынесли общий множитель N^2)

Решение:

1) итак, нужно найти все целые числа $N \geq 2$, такие что

$$31 = k \cdot N^2 + N + 1 \quad (**)$$

- где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, ...);
- 2) сложность в том, что и k , и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это *натуральные числа*
 - 3) из формулы (**) получаем $(k \cdot N + 1)N = 30$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители N числа 30 и отобрать только те из них, для которых уравнение (**) разрешимо при целом k , то есть, $k = \frac{30 - N}{N^2}$ – целое число
 - 4) выпишем все делители числа 30, большие или равные 2: 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
 - 5) из всех этих делителей только для 2, 3, 5 и 30 значение $k = \frac{30 - N}{N^2}$ – целое число (оно равно соответственно 7, 3, 1 и 0)
 - 6) таким образом, верный ответ – **2, 3, 5, 30**.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:


```
for i in range(3, 50): # перебираем возможные основания
    x = 23 # число по условию
    x_N = ''
    while x > 0: # перевод в N-ю систему
        if x%i>9: break # пропускаем цифры в виде букв
        else: x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1] # разворот числа
    if x_N == '': pass
    elif x_N[-1] == "2":
        print(i, end=", ")
```
- 2) ответ: **2, 3, 5, 30**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 5) полная программа:


```
for x in range(2, 101): # x - основание
    # справа число 11 переведено в 10-ую систему
    if 31 % x*x == x + 1:
        print( x, end = ', ' )
```
- 6) Ответ: **2, 3, 5, 30**.

Еще пример задания:

Р-8. Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, ..., 17 в системе счисления с основанием 5.

Решение (вариант 1):

- 1) запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5:

$$10 = 20_5, \quad 17 = 32_5.$$
- 2) заметим, что оба они содержат цифру 2, так что, 2 цифры мы уже нашли
- 3) между 20_5 и 32_5 есть еще числа

$$21_5, 22_5, 23_5, 24_5, 30_5, 31_5.$$
- 4) в них 5 цифр 2 (в числе 22_5 – сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз
- 5) таким образом, верный ответ – **7**.

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно не забыть, что в системе счисления с основанием 5 старшая цифра – 4, то есть, вслед за 24_5 следует 30_5
- помните, что нужно определить не количество чисел, в которых есть двойка, а количество самих двоек
- можно не обратить внимание на то, что в числе 22_5 цифра 2 встречается 2 раза

Решение (вариант 2):

- 1) переведем все указанные числа в систему счисления с основанием 5:
 $10 = 20_5, 11 = 21_5, 12 = 22_5, 13 = 23_5, 14 = 24_5, 15 = 30_5, 16 = 31_5, 17 = 32_5$.
- 2) считаем цифры 2 – получается 7 штук
- 3) таким образом, верный ответ – 7.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:


```
k = 0
for i in range(10,17+1):
    x = i
    x5 = ''
    while x > 0: # перевод в 5-ю систему
        x5 += str(x%5)
        x //= 5
    x5 = x5[::-1] # разворот числа
    k += x5.count("2")
print(k)
```
- 2) ответ: 7.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) ещё одна программа:


```
k = 0          # счетчик цифр 2
for x in range(10,17+1):
    xw = x      # xw - рабочая (work) копия x
    while xw:
        if xw % 5 == 2: # считаем цифры 2 в 5-ой системе
            k += 1
        xw //= 5
    print(k)
```
- 2) ответ: 7.

Еще пример задания:

Р-7. Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.

Решение:

- 1) обозначим через N неизвестное основание системы счисления, тогда запись числа 30 в этой системе имеет вид

$$x \ y \ z_N = 30$$

- 2) вспомним алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием N в десятичную систему: расставляем сверху номера разрядов и умножаем каждую цифру на основание в степени, равной разряду:

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ x & y & z_N \end{matrix} = x \cdot N^2 + y \cdot N + z = 30$$

- 3) поскольку запись трехзначная, $x \neq 0$, поэтому $30 \geq N^2$
- 4) с другой стороны, четвертой цифры нет, то есть, в третьем разряде – ноль, поэтому $30 < N^3$
- 5) объединяя последние два условия, получаем, что искомое основание N удовлетворяет двойному неравенству

$$N^2 \leq 30 < N^3$$

- 6) учитывая, что N – целое число, методом подбора находим целые решения этого неравенства; их два – 4 и 5:

$$4^2 = 16 \leq 30 < 4^3 = 64$$

$$5^2 = 25 \leq 30 < 5^3 = 125$$

- 7) минимальное из этих значений – 4
- 8) таким образом, верный ответ – 4.

Решение (без подбора):

- 1) выполним п.1-4 так же, как и в предыдущем варианте решения
- 2) найдем первое целое число, куб которого больше 30; это 4, так как

$$3^3 = 27 < 30 < 4^3 = 64$$
- 3) проверяем второе неравенство: $4^2 = 16 \leq 30$, поэтому в системе счисления с основанием 4 запись числа 30 трехзначна
- 4) таким образом, верный ответ – 4.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:


```
for i in range(2,100):# перебираем возможные основания
    x = 30 # число по условию
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if len(x_N)== 3:
        print(i)
        break
```
- 2) ответ: 4.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 7) полная программа:


```
for N in range(2, 10): # проверять основание N >=10 нет смысла
                        # (будет два или один разряд)
    if N ** 2 <= 30 < N ** 3: # проверка на трёхзначность
        print(N)
        break
```
- 8) Ответ: 4.

Еще пример задания:

Р-6. Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

Решение (вариант 1):

- 1) нас интересуют числа от 1 до 30
- 2) сначала определим, сколько цифр может быть в этих числах, записанных в системе счисления с основанием 5
- 3) поскольку $5^2 < 30 < 5^3$, в интересующих нас числах может быть от 1 до 3 цифр
- 4) рассмотрим трехзначные числа, начинающиеся на 3 в системе с основанием 5:

$$3xy_5 = 3 \cdot 5^2 + x \cdot 5 + y$$

все они заведомо не меньше $3 \cdot 5^2 = 75 > 30$, поэтому в наш диапазон не попадают;

- 5) таким образом, остается рассмотреть только однозначные и двухзначные числа
- 6) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
- 7) общий вид всех двухзначных чисел, начинающихся на 3 в системе с основанием 5:

$$3 \cdot 5 + k = 15 + k$$

где k – целое число из множества $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (поскольку система счисления имеет основание 5 и цифр, больших 4, в записи числа быть не может)

- 8) используя эту формулу, находим интересующие нас двухзначные числа – 15, 16, 17, 18 и 19
- 9) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19.

Решение (вариант 2, предложен Сенькиной Т.С., г. Комсомольск-на-Амуре):

- 1) нас интересуют числа от 1 до 30; сначала определим, сколько цифр может быть в пятеричной записи этих чисел
- 2) поскольку $30 = 110_5$, в интересующих нас числах может быть не более 2 цифр (все трехзначные пятеричные числа, начинающиеся с 3, больше 30)
- 3) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
- 4) выпишем все пятеричные двухзначные числа, которые начинаются с 3, и переведем их в десятичную систему: $30_5 = 15$, $31_5 = 16$, $32_5 = 17$, $33_5 = 18$ и $34_5 = 19$
- 5) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:


```
for i in range(1,31):# перебираем ответы
    x = i
    x5 = ''
    while x > 0:# перевод в 5-ю систему
        x5 += str(x%5)
        x //= 5
    x5 = x5[::-1]# разворот числа
    if x5[0]== "3":
        print(i, end=",")
```
- 2) ответ: 3, 15, 16, 17, 18, 19.

Еще пример задания:

Р-05. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

Решение (1 способ):

- 1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 13, то
 - а) $x \geq 4$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 3
 - б) это число можно представить в виде $A \cdot x^2 + x + 3$, где A – целое неотрицательное число

- 2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \geq 4$. Из уравнения

$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71 \text{ следует } A = \frac{68 - x}{x^2}.$$

- 3) очевидно, что чем меньше x , тем больше A , поэтому значение A не превышает

$$A_{\max} = \frac{68 - 4}{4^2} = 4$$

здесь мы подставили $x = 4$ – наименьшее допустимое значение x

- 4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{\max} = 4$), решая для каждого из них уравнение

$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + x - 68 = 0$$

относительно x , причем нас интересуют только натуральные числа $x \geq 4$

- 5) получаем

а) при $A = 0$: $x = 68$

б) при $A = 1, 2, 3$: решения – не целые числа

в) при $A = 4$: $x_1 = 4$ и $x_2 = -4,25$, второе решение не подходит

- 6) таким образом, верный ответ: **4, 68**.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

- 1) запись числа 71 в системе с основанием x оканчивается на 13, т.е. в разряде единиц – 3, это значит, что остаток от деления 71 на x равен 3, то есть для некоторого целого k имеем

$$k \cdot x + 3 = 71 \Rightarrow k \cdot x = 68$$

- 2) таким образом, искомые основания – делители числа 68; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи

- 3) среди чисел, оканчивающихся на 13 в системе счисления с основанием x , минимальное – это само число 13_x ; отсюда найдем максимальное основание:

$$13_x = 1 \cdot x^1 + 3 \cdot x^0 = x + 3 = 71 \Rightarrow x = 68$$

так что первый ответ: **68**.

- 4) остальные числа, оканчивающиеся в этой системе на 13, имеют не менее 3-х знаков ($113_x, 213_x, \dots$), т.е. все они больше $100_x = x^2$

- 5) поэтому $71 > x^2$, следовательно, $x < 9$

- 6) по условию в записи числа есть цифра 3, поэтому $x > 3$ (в системах с основанием ≤ 3 цифры 3 нет)

- 7) итак: $x \in [4, 8]$, и при этом x – делитель 68; единственное возможное значение $x = 4$ (на 5, 6, 7 и 8 число 68 не делится)

- 8) таким образом, верный ответ: **4, 68**.

Возможные ловушки и проблемы:

- на шаге 1 нужно вычесть из числа только число единиц, то есть младшую из двух заданных цифр (в примере – 3)
- можно забыть рассмотреть двузначное число, записанное заданными в условии цифрами (в примере – 13_x), и пропустить максимальное основание
- нужно помнить, что
 - а) максимальная цифра на 1 меньше основания системы счисления
 - б) 100 в системе с основанием p равно p^2

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:

```

for i in range(4,100):# перебираем возможные основания
    x = 71 # число по условию
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
        else: x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N[-2:] == "13":
        print(i, end=",")

```

2) ответ: 4, 68.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) полная программа:

```

for x in range(4, 72): # x - основание от 4 до 71
                        # (далее перебирать нет смысла)
    # справа число 13 переведено в 10-ую систему
    if 71 % (x*x) == x + 3:
        print( x, end = ', ' )

```

2) Ответ: 4, 68.

Еще пример задания:

Р-04. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 86 оканчивается на 22.

Решение (1 способ):

1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 22, то

а) $x \geq 3$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 2

б) это число можно представить в виде $A \cdot x^2 + 2x + 2$, где A – целое неотрицательное число

2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \geq 3$. Из уравнения

$$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86 \text{ следует } A = \frac{84 - 2x}{x^2}.$$

3) очевидно, что чем меньше x , тем больше A , поэтому значение A не превышает

$$A_{\max} = \frac{84 - 6}{3^2} = 8\frac{2}{3}$$

здесь мы подставили $x = 3$ – наименьшее допустимое значение x

4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{\max} = 8$), решая для каждого из них уравнение

$$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + 2x - 84 = 0$$

относительно x , причем нас интересуют только натуральные числа $x \geq 3$

5) получаем

а) при $A = 0$: $x = 42$

б) при $A = 1$: решения – не целые числа

в) при $A = 2$: $x = 6$ и $x_2 = -7$, второе решение не подходит

г) при $A = 3, 4, 5, 6, 7, 8$: решения – не целые числа

6) таким образом, верный ответ: 6, 42.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

- 1) запись числа 86 в системе с основанием x оканчивается на 22, т.е. в разряде единиц – 2, это значит, что остаток от деления 86 на x равен 2, то есть для некоторого целого k имеем

$$k \cdot x + 2 = 86 \Rightarrow k \cdot x = 84$$
- 2) таким образом, искомые основания – делители числа 84; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
- 3) среди чисел, оканчивающихся на 22 в системе счисления с основанием x , минимальное – это само число 22_x ; отсюда найдем максимальное основание:

$$22_x = 2 \cdot x^1 + 2 \cdot x^0 = 2x + 2 = 86 \Rightarrow x = 42$$

так что первый ответ: 42.

- 4) остальные числа, оканчивающиеся в этой системе на 22, имеют не менее 3-х знаков ($122_x, 222_x, \dots$), т.е. все они больше $100_x = x^2$
- 5) поэтому $86 > x^2$, следовательно, $x < 10$
- 6) по условию в записи числа есть цифра 2, поэтому $x > 2$
- 7) итак: $x \in [3, 9]$, и при этом x – делитель 84; возможные значения $x = 3, 4, 6, 7$ (на 5, 8 и 9 число 84 не делится)
- 8) переводя число 86 в системы счисления с основаниями $x = 3, 4, 6, 7$, находим, что только для основания 6 запись числа оканчивается на 22 (при делении на 3, 4 и 7 «вторые» остатки не равны 2):

86	3		86	4		86	6		86	7
84	28	3 <i>Дальше</i> делит 9... <i>нет смысла</i>	84	21	4 5...	84	14	6 2	84	12
2	27		2	20		2	12		2	7
<u>1</u>			<u>1</u>			<u>2</u>			<u>5</u>	

- 9) таким образом, верный ответ: 6, 42.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:


```
for i in range(3,100):# перебираем возможные основания
    x = 86 # число по условию
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
        else: x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N[-2:]=="22":
        print(i, end=",")
```
- 2) ответ: 6, 42.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 9) полная программа:


```
for x in range(3, 86): # x - основание от 3 до 85
                        # (далее перебирать нет смысла)
        # справа число 22 переведено в 10-ую систему
        if 86 % (x * x) == 2 * x + 2:
            print(x, end = ', ')
```
- 10) Ответ: 6, 42.

Еще пример задания:

Р-03. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 94 начинается на 23.

Решение:

- 1) Из условия сразу видно, что искомое основание не меньше 4 (в записи есть цифра 3).
- 2) Если запись числа 94 в некоторой системе счисления с основанием x двузначна ($94 = 23_x$), то справедливо равенство $94 = 2x + 3$; нас интересуют натуральные решения этого уравнения, такие что $x \geq 4$, таких решений нет.
- 3) Предположим, что число четырехзначное. Минимальное допустимое четырехзначное число – 2300_x , где $x \geq 4$. При минимальном основании ($x = 4$) оно равно $2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 = 176 > 94$, поэтому запись нужного нам числа имеет не больше трех знаков.
- 4) На основании (2) и (3) делаем вывод, что число трехзначное, то есть $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + M$, где M – целое неотрицательное число, такое что $M < x$.
- 5) Максимальное x можно определить как решение уравнения $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x$ (при $M = 0$); получаем одно из решений – 6,15; поэтому $x \leq 6$
- 6) Если мы знаем x , то M определится как $M = 94 - 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x$; пробуем подставлять в эту формулу $x = 4, 5, 6$, пытаемся получить $M < x$
- 7) Минимальное M будет при $x = 6$: $M = 4$, а при $x = 4, 5$ получается $M > x$
- 8) Таким образом, верный ответ: **6**.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу с помощью программы:


```
for i in range(4,100):# перебираем возможные основания
    x = 94 # число по условию
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N[:2] == "23":
        print(i, end=",")
```
- 2) ответ: **6**.

Еще пример задания:

Р-2. Найти сумму восьмеричных чисел $17_8 + 170_8 + 1700_8 + \dots + 1700000_8$, перевести в 16-ую систему счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме, третью цифру слева.

Решение:

- 1) Несложно выполнить прямое сложение восьмеричных чисел, там быстро обнаруживается закономерность:

$$17_8 + 170_8 = 207_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 = 2107_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 = 21107_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 = 211107_8$$

$$17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 + 1700000_8 = 2111107_8$$
- 2) Переведем последнюю сумму через триады в двоичный код (заменяем каждую восьмеричную цифру на 3 двоичных):

$$10001001001001000111_2$$

- 3) Теперь разбиваем цепочку на тетрады (группы из 4-х двоичных цифр), начиная справа, и каждую тетраду представляем в виде шестнадцатеричной цифры

10001001001001000111₂

8 9 2 4 7

- 4) Таким образом, верный ответ (третья цифра слева): 2.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) решение задачи с помощью программы:

```
a = "17"
b = "1700000"
summa = 0
while a <= b:
    summa += int(a,8)    # перевод в 10ю систему
    a += "0"             # добавляем 0 к числу-строке
    n16 = hex(summa)[2:] # перевод суммы в 16ю систему
    print(n16[2])
```

- 2) Ответ: 2.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) полная программа:

```
x = 15 # 17 в 8-ой системе
s = x  # s - сумма в 10-ой системе
for z in range(1, 6): # z (zero) - количество нулей от 1 до 5
    x *= 8 # добавление справа нуля к восьмеричному числу
           # увеличивает его в 8 раз
    s += x
print(hex(s)[4]) # с учетом префикса '0x' третий символ
                 # (цифра) будет пятым с индексом 4
# print(hex(s)) # можно также найти третью цифру слева
```

- 2) Ответ: 2.

Еще пример задания:

Р-01. Чему равно наименьшее основание позиционной системы счисления x , при котором $225_x = 405_y$? Ответ записать в виде целого числа.

Решение:

- Поскольку в левой и в правой частях есть цифра 5, оба основания больше 5, то есть перебор имеет смысл начинать с $x = x_{\min} = 6$.
- Очевидно, что $x > y$, однако это не очень нам поможет.
- Для каждого «подозреваемого» x вычисляем значение $225_x = 2 \cdot x^2 + 2x + 5 = N$ и решаем уравнение $N = 405_y = 4 \cdot y^2 + 5$, причем нас интересуют только натуральные $y > 5$.
- Для $x = 6$ и $x = 7$ нужных решений нет, а для $x = 8$ получаем $N = 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8 + 5 = 149 = 4 \cdot 6^2 + 5$ так что $y = 6$.
- Таким образом, верный ответ (минимальное значение x): 8.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу перебором с помощью программы (перебор начинаем с 6, так как цифра 5 есть в записи 225_x , так и в записи 405_y):

```
for x in range(6, 20): # перебираем основания X
```

```

for y in range(6,20):# перебираем основания Y
    if (2*x**2+2*x+5) == (4*y**2+0*y+5):
        print(x)
        break

```

2) ответ: **8**.

Еще пример задания:

P-00. Запись числа 30_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 0 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N ?

Решение (1 способ, подбор):

- 1) запись числа 30 в системе с основанием N длиннее, чем в десятичной (4 цифры против двух), поэтому основание N меньше 10
- 2) это дает шанс решить задачу методом подбора, переводя в разные системы, начиная с $N = 2$ до $N = 9$
- 3) переводим:
 $30 = 11110_2 = 1010_3 = \dots$
- 4) дальше можно не переводить, поскольку запись 1010_3 удовлетворяет условию: заканчивается на 0 и содержит 4 цифры
- 5) можно проверить, что при $N \geq 4$ запись числа 30 содержит меньше 4 цифр, то есть не удовлетворяет условию
- 6) Ответ: **3**.

Решение (2 способ, неравенства):

- 1) запись числа 30 в системе с основанием N содержит ровно 4 цифры тогда и только тогда, когда старший разряд – третий, то есть

$$N^3 \leq 30 < N^4$$
- 2) первая часть двойного неравенства $N^3 \leq 30$ дает (в целых числах) $N \leq 3$
- 3) вторая часть неравенства $30 < N^4$ дает (в целых числах) $N \geq 3$
- 4) объединяя результаты пп. 2 и 3 получаем, что $N = 3$
- 5) заметим, что условие «оканчивается на 0» – лишнее, ответ однозначно определяется по количеству цифр
- 6) Ответ: **3**.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

- 1) можно решить задачу перебором с помощью программы:

```

for i in range(2,36):# перебираем возможные основания
    x = 30 # число по условию
    x_N = ''
    while x > 0:# перевод в N-ю систему
        x_N += str(x%i)
        x //= i
    x_N = x_N[::-1]# разворот числа
    if x_N[-1]== "0" and len(x_N) == 4:
        print(i)
        break

```
- 2) Ответ: **3**.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

- 1) полная программа:

```

for N in range(2, 10): # проверять основание N >=10 нет смысла

```

```

# (будет два или один разряд)
# проверка на четырёхзначность (в этой задаче проверка
# окончания на ноль не обязательна)
if N**3 <= 30 < N**4 and 30 % N == 0:
    print(N)

```

2) Ответ: 3.

Задачи для тренировки¹:

- 1) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 4.
- 2) В системе счисления с некоторым основанием число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.
- 3) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 39 оканчивается на 3.
- 4) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 29 оканчивается на 5.
- 5) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 129 записывается как 1004. Укажите это основание.
- 6) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 40 оканчивается на 4.
- 7) В системе счисления с некоторым основанием число десятичное 25 записывается как 100. Найдите это основание.
- 8) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 27 оканчивается на 3.
- 9) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 26, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 22?
- 10) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в четверичной системе счисления оканчивается на 31?
- 11) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие 17, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры?
- 12) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 19, 20, 21, ..., 33 в системе счисления с основанием 6.

¹ Источники заданий:

1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2016 гг.
2. Тренировочные работы МИОО и Статград.
3. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
4. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. Информатика: тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2009.
5. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. — М.: Экзамен, 2010.
6. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ-2010. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / под ред. В.Р. Лещинера / ФИПИ. — М.: Интеллект-центр, 2010.
7. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2010. Информатика. — М.: Астрель, 2009.
8. М.Э. Абрамян, С.С. Михалкович, Я.М. Русанова, М.И. Чердынцева. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. — М.: НИИ школьных технологий, 2010.
9. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
10. Информатика и ИКТ: ЕГЭ-2012. — СПб.: Просвещение, 2012.
11. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2015. Информатика. Тематические тестовые задания. — М.: Экзамен, 2015.
12. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2015. Информатика. 20 типовых вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. — М.: Астрель, 2014.

- 13) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 1 в записи чисел 12, 13, 14, ..., 31 в системе счисления с основанием 5.
- 14) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 1.
- 15) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 63 оканчивается на 23.
- 16) Десятичное число, переведенное в восьмеричную и в девятеричную систему, в обоих случаях заканчивается на цифру 0. Какое минимальное натуральное число удовлетворяет этому условию?
- 17) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 49 записывается в виде 100. Укажите это основание.
- 18) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 70 трехзначна.
- 19) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 двузначна.
- 20) Сколько значащих цифр в записи десятичного числа 357 в системе счисления с основанием 7?
- 21) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием 6 начинается на 4?
- 22) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 3 начинается на 2?
- 23) Какое десятичное число при записи в системе счисления с основанием 5 представляется как 1234_5 ?
- 24) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101?
- 25) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 30 оканчивается на 8.
- 26) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 4.
- 27) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 83 записывается в виде 123. Укажите это основание.
- 28) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 144 записывается в виде 264. Укажите это основание.
- 29) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 35 оканчивается на 8.
- 30) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 110?
- 31) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 15, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 21?
- 32) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 1011?
- 33) Десятичное число кратно 16. Какое минимальное количество нулей будет в конце этого числа после перевода его в двоичную систему счисления?
- 34) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 18 записывается в виде 30. Укажите это основание.
- 35) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 13, 14, 15, ..., 23 в системе счисления с основанием 4.
- 36) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 13, 14, 15, ..., 23 в системе счисления с основанием 3.
- 37) В саду 100 фруктовых деревьев – 14 яблонь и 42 груши. Найдите основание системы счисления, в которой указаны эти числа.
- 38) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено сложение: $144 + 24 = 201$.

- 39) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено умножение: $3 \cdot 213 = 1043$.
- 40) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 3?
- 41) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 100, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 11?
- 42) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 75 оканчивается на 13.
- 43) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 84 оканчивается на 14.
- 44) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 61 оканчивается на 15.
- 45) Найдите десятичное число x , такое что $20 < x < 30$, запись которого в системе счисления с основанием 3 заканчивается на 11.
- 46) Запись числа 65_8 в некоторой системе счисления выглядит так: 311_N . Найдите основание системы счисления N .
- 47) Запись числа 30 в некоторой системе счисления выглядит так: 110_N . Найдите основание системы счисления N .
- 48) Запись числа $2B_{16}$ в некоторой системе счисления выглядит так: 111_N . Найдите основание системы счисления N .
- 49) Запись числа 23 в некоторой системе счисления выглядит так: 212_N . Найдите основание системы счисления N .
- 50) Запись числа 210_5 в некоторой системе счисления выглядит так: 313_N . Найдите основание системы счисления N .
- 51) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 трехзначна.
- 52) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 34_8 оканчивается на 20.
- 53) Запись числа 344 в некоторой системе счисления выглядит так: $1A8_N$. Найдите основание системы счисления N .
- 54) К записи натурального числа в восьмеричной системе счисления справа приписали два нуля. Во сколько раз увеличилось число? Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 55) Запись числа 281 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
- 56) Запись числа 234 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 6. Чему равно основание системы счисления?
- 57) Запись числа 338 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
- 58) Запись числа 256 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 4. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
- 59) Запись числа 325 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
- 60) Запись числа 180 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
- 61) Запись числа 280 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
- 62) Запись натурального числа в системах счисления с основанием 4 и 6 заканчивается на 0. Найдите минимальное натуральное число, удовлетворяющее этим условиям.
- 63) Десятичное число 71 в некоторой системе счисления записывается как «78». Определите основание системы счисления.

- 64) Десятичное число 70 в некоторой системе счисления записывается как «64». Определите основание системы счисления.
- 65) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как «212». Определите основание системы счисления.
- 66) Десятичное число 109 в некоторой системе счисления записывается как «214». Определите основание системы счисления.
- 67) Решите уравнение $42_5 + x = 1122_3$.
Ответ запишите в четверичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 68) Решите уравнение $100_7 + x = 230_5$.
Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 69) Решите уравнение $54_7 + x = 320_5$.
Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 70) Решите уравнение $32_8 + x = 214_5$.
Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 71) (<http://ege.yandex.ru>) Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120. Определите основание системы счисления.
- 72) (<http://ege.yandex.ru>) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определите основание системы счисления.
- 73) (<http://ege.yandex.ru>) В системе счисления с основанием N запись числа 77 оканчивается на 0, а запись числа 29 – на 1. Чему равно число N?
- 74) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 45 заканчиваются на 1. Определите основание системы счисления.
- 75) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 68 и 94 заканчиваются на 3. Определите основание системы счисления.
- 76) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 41 и 63 заканчиваются на 8. Определите основание системы счисления.
- 77) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 124 заканчиваются на 5. Определите основание системы счисления.
- 78) Запись числа 68_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 2 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?
- 79) Решите уравнение $14_5 + x = 24_7$.
Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 80) Запись числа N в системе счисления с основанием 6 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 5 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 11 заканчивается на 1. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
- 81) Запись числа N в системе счисления с основанием 7 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 6 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 13 заканчивается на 3. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
- 82) Решите уравнение $60_8 + x = 200_5$.
Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

83) Решите уравнение $100_5 + x = 200_4$.

Ответ запишите в семеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

84) Решите уравнение $60_8 + x = 60_9$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

85) Решите уравнение $100_7 + x = 214_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

86) В системе счисления с основанием N запись числа 79 оканчивается на 2, а запись числа 111 – на 1. Чему равно число N?

87) В системе счисления с основанием N запись числа 41 оканчивается на 2, а запись числа 131 – на 1. Чему равно число N?

88) В системе счисления с основанием N запись числа 58 оканчивается на 2, а запись числа 108 – на 3. Чему равно число N?

89) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1023} + 2^{1024} - 3$?

90) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2016} + 2^{2018} - 6$?

91) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2014} + 2^{2015} - 9$?

92) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2015} + 2^{2015} - 15$?

93) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2014} - 2^{614} + 45$?

94) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1014} - 2^{530} - 12$?

95) Сколько единиц в двоичной записи числа $2^{2014} - 4^{650} - 38$?

96) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2018} + 8^{305} - 2^{130} - 120$?

97) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2018} - 4^{1305} + 2^{124} - 58$?

98) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{4024} - 4^{1605} + 2^{1024} - 126$?

99) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1234} - 4^{234} + 2^{1620} - 108$?

100) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2341} - 4^{342} + 2^{620} - 81$?

101) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1341} - 4^{1342} + 2^{1343} - 1344$?

102) Решите уравнение $222_x + 4 = 1100_5$. Ответ запишите в троичной системе счисления.

103) Решите уравнение $441_x + 14_{10} = 252_7$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.

104) Решите уравнение $145_x + 24_{10} = 127_9$. Ответ запишите в пятеричной системе счисления.

105) Решите уравнение $44_{x+5} - 44_5 = 52_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

106) Решите уравнение $33_{x+4} - 33_4 = 33_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

107) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{502} - 4^{211} + 2^{1536} - 19$?

108) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{415} - 4^{162} + 2^{543} - 25$?

109) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{115} - 4^{123} + 2^{543} - 15$?

110) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{125} - 4^{156} + 2^{632} - 7$?

111) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{148} - 4^{123} + 2^{654} - 17$?

112) Сколько единиц в двоичной записи числа $(2^{4400} - 1) \cdot (4^{2200} + 2)$?

113) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{350} + 8^{340} - 2^{320} - 12$?

114) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{590} + 8^{350} - 2^{1020} - 25$?

115) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{230} + 8^{120} - 2^{150} - 100$?

116) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{1024} + 8^{1025} - 2^{1026} - 140$?

117) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{2015} + 8^{2016} - 2^{2017} - 150$?

118) Решите уравнение $224_x + 1 = 101_8$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

119) Решите уравнение $121_x + 1 = 101_9$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

120) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{740} - 2^{900} + 7$?

121) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{820} - 2^{760} + 14$?

122) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{560} - 2^{234} + 56$?

123) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2020} + 4^{2017} + 2^6 - 1$?

124) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{16} + 2^{36} - 16$?

125) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = E*_{16} = *5*_8 = ***1_4 = *****1**_2$$

Определите число X .

126) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16 и 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = 1*0_{16} = 56*_8$$

Определите число X .

127) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = *7*_{16} = 5*6_8 = ***1*_4$$

Определите число X .

128) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$X = 10*****_2 = *4*_8 = *2_{16}$$

Определите число X .

129) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $A*_{16}$ и $1*3_8$. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

130) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $F*_{16}$ и $33*_8$. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

131) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $18*_{16}$ и $72*_8$. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

132) (Е.А. Мирончик) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $34*_{16}$ и $16**_8$. В ответе запишите знак <, знак > или знак =.

133) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = ***_{16} = 4*2_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

134) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = 3*9_{16} = 1**_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 135) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *A_{16} = ***_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 136) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *E_{16} = 2*6_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 137) (Е.А. Мирончик) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *5_{16} = *0*_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

- 138) (Е.А. Мирончик) Сколько цифр в восьмеричной записи числа $2^{1024} + 2^{1026}$?
- 139) (Е.А. Мирончик) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{1024} + 2^{1025}$?
- 140) (Е.А. Мирончик) Сколько цифр в восьмеричной записи числа $2^{299} + 2^{298} + 2^{297} + 2^{296}$?
- 141) (Е.А. Мирончик) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{379} + 2^{378} + 2^{377}$?
- 142) Решите уравнение $101_x + 13_{10} = 101_{x+1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 143) Решите уравнение $103_x + 11_{10} = 103_{x+1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 144) Решите уравнение $104_x + 20_x = 84_{10}$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.
- 145) (Е.В. Хламов) Найдите основания систем счисления X и Y , если известно, что $87_X = 73_Y$ и $62_X = 52_Y$. в ответе запишите число, составленное из чисел Y и X , записанных подряд без пробелов. Например, если $X=13$ и $Y=15$, ответ запишется как 1513.
- 146) Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи числа $100^{20} - 10^{15} + 10$?
- 147) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $49^{12} - 7^{10} + 7^8 - 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?
- 148) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $27^4 - 9^5 + 3^8 - 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 149) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $3 \cdot 16^8 - 4^5 + 3$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?
- 150) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $2 \cdot 9^{10} - 3^5 + 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 151) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $5 \cdot 36^7 + 6^{10} - 36$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» содержится в этой записи?
- 152) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $4 \cdot 125^4 - 25^4 + 9$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» содержится в этой записи?
- 153) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $2 \cdot 27^7 + 3^{10} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
- 154) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $4 \cdot 25^4 - 5^4 + 14$ записали в системе счисления с основанием 5. Какова сумма цифр содержащихся в этой записи? Ответ укажите в десятичной системе.
- 155) Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 2$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 156) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не менее трёх цифр. Чему равно число N ?

- 157) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не более двух цифр. Чему равно число N ? Если у задачи есть несколько решений, выберите наименьшее.
- 158) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} - 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 159) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} - 15$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 160) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} - 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 161) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} - 125$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 162) Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^{24} - 6$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 163) Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^{24} - 18$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 164) Значение арифметического выражения: $9^{22} + 3^{66} - 12$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 165) Значение арифметического выражения: $9^{22} + 3^{66} - 18$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 166) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^{21} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 167) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^{21} - 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 168) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^{14} + 3^{18} - 9^5 - 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 169) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 - 3^{10} + 3^{21} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 170) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 - 3^{12} + 3^{25} - 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
- 171) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^{21} - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
- 172) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^9 + 3^{21} - 7$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
- 173) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^{21} - 8$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
- 174) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^5 + 3^{25} - 20$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
- 175) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^{25} - 14$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
- 176) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^{17} + 3^{16} - 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
- 177) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^8 - 1$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.

- 178) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^8 - 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
- 179) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $9^5 + 3^7 - 14$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в этой записи? В ответе укажите, сколько таких цифр в записи.
- 180) Определите число N , для которого выполняется равенство $214_N = 165_{N+1}$.
- 181) Определите число N , для которого выполняется равенство $211_N = 152_{N+1}$.
- 182) Определите число N , для которого выполняется равенство $115_N = 57_{N+2}$.
- 183) Определите число N , для которого выполняется равенство $123_N = 93_{N+2}$.
- 184) Определите число N , для которого выполняется равенство $103_N = 97_{N+2}$.
- 185) Определите число N , для которого выполняется равенство $132_N + 13_8 = 124_{N+1}$.
- 186) Определите число N , для которого выполняется равенство $154_N + 35_9 = 170_{N+1}$.
- 187) Определите число N , для которого выполняется равенство $143_N + 25_6 = 138_{N+1}$.
- 188) Определите число N , для которого выполняется равенство $221_N + 34_8 = 180_{N+2}$.
- 189) Определите число N , для которого выполняется равенство $205_N + 55_8 = 196_{N+2}$.
- 190) Определите число N , для которого выполняется равенство $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$.
- 191) Значение арифметического выражения: $125 + 25^3 + 5^9$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 192) (Д.В. Богданов) Значение арифметического выражения: $3 \cdot (2^{10} + 2^7 + 2^4 + 2^1)$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 193) Значение арифметического выражения: $4^{511} + 2^{511} - 511$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц в этой записи?
- 194) Значение арифметического выражения: $8^{511} - 4^{511} + 2^{511} - 511$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?
- 195) (Д.В. Богданов) Коэффициенты уравнения $x^2 - 30_N x + 240_N = 0$ заданы в системе счисления с основанием N . Определите это основание, если известно, что уравнение имеет кратный корень.
- 196) Значение арифметического выражения: $49^{13} + 7^{33} - 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» в этой записи?
- 197) Значение арифметического выражения: $64^{115} + 8^{305} - 512$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 198) Значение арифметического выражения: $81^{2017} + 9^{5223} - 81$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?
- 199) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{66} - 216$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 200) Значение арифметического выражения: $25^{94} + 5^{216} - 125$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?
- 201) Значение арифметического выражения: $25^{56} + 5^{138} - 5$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?
- 202) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $16^{20} + 2^{30} - 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?
- 203) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $81^5 + 3^{30} - 27$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?
- 204) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $64^{30} + 2^{300} - 4$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 205) (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $64^{30} + 2^{300} - 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?

- 206) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{150} + 4^{300} - 32$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 207) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $32^{60} + 4^{180} - 128$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 208) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $128^{30} + 16^{60} - 16$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?
- 209) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $32^{30} + 8^{60} - 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?
- 210) Значение арифметического выражения: $36^{10} + 6^{25} - 15$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 211) Значение арифметического выражения: $36^{15} + 6^{38} - 11$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 212) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{48} - 17$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 213) Значение арифметического выражения: $36^{27} + 6^{18} - 19$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?
- 214) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{15} - 9$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 215) Значение арифметического выражения: $36^{11} + 6^{25} - 21$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?
- 216) В какой системе счисления выполняется равенство $12_x \cdot 13_x = 211_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 217) В какой системе счисления выполняется равенство $21_x \cdot 13_x = 313_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 218) В какой системе счисления выполняется равенство $12_x \cdot 31_x = 402_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 219) В какой системе счисления выполняется равенство $13_x \cdot 31_x = 423_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 220) В какой системе счисления выполняется равенство $12_x \cdot 33_x = 406_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.
- 221) (**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $2^5 \cdot 3^{25}$ записано в троичной системе счисления. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1 и 2.
- 222) (**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $4^3 \cdot 3^{19}$ записано в троичной системе счисления. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1 и 2.
- 223) (**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $4^4 \cdot 5^{69} - 70$ записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.
- 224) (**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $3^3 \cdot 7^{69} - 70$ записано в системе счисления с основанием 7. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.
- 225) *(**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $((9 \cdot 5^{20} + 9) \cdot 5^{19} + 9) \cdot 5^{18} + 9$ записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.
- 226) *(**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $(77 + 7^{77}) \cdot 7^{77} + 77 + 7^7$ записано в системе счисления с основанием 7. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.
- 227) *(**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $((44 + 4^{50}) \cdot 4^{25} + 44) \cdot 4^{12} + 44$ записано в системе счисления с основанием 4. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2 и 3.
- 228) *(**Е.А. МIRONЧИК**) Выражение $5^{55} + 5^{555} - 555 - 5$ записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.
- 229) (**Д. Ф. Муфаззалов**) Значение выражения $(66 + 6^{2019}) \cdot 6^{2019} + 66 + 6^6$ записали в системе счисления с основанием 6. Укажите сумму цифр этой записи.

- 230) **(Д. Ф. Муфаззалов)** Значение выражения $(88+2 \cdot 8^x) \cdot 8^x + 88 + 8^8$, где $x > 3$ – натуральное число, записали в системе счисления с основанием 8. Укажите сумму цифр этой записи.
- 231) **(Д. Ф. Муфаззалов)** Значение выражения $(55+2 \cdot 5^x) \cdot 5^x + 55 + 5^y$, где x, y – натуральные числа, записали в системе счисления с основанием 5. Укажите наибольшую возможную сумму цифр этой записи.
- 232) **(Д. Ф. Муфаззалов)** Значение выражения $(3+2 \cdot 4^x) \cdot 4^x + 3 + 4^y$, где x, y – натуральные числа, записали в системе счисления с основанием 4. Укажите наибольшую возможную сумму цифр этой записи.
- 233) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $7 \cdot 6561^{46} + 8 \cdot 729^{15} - 6 \cdot 5832$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 7 содержится в этой записи?
- 234) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $5 \cdot 6561^{46} + 5 \cdot 729^{15} - 5 \cdot 5832 - 5$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?
- 235) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(2 \cdot 343^{123} + 2401) \cdot (3 \cdot 343^{137} - 2401)$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 236) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $8 \cdot 343^5 + 9 \cdot 49^8 - 48$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 237) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $7 \cdot 1296^{57} - 8 \cdot 216^{30} + 35$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
- 238) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(512^{78} - 512^{60}) \cdot (512^5 + 64^5)$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр 7 содержится в этой записи?
- 239) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(729^{41} - 81^{16}) \cdot (729^{15} + 9^5)$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 8 содержится в этой записи?
- 240) **(С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(729^{41} - 81^{16}) \cdot (729^{15} + 9^5)$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 0 содержится в этой записи?
- 241) **(mcko.ru)** Запись некоторого натурального числа X в девятеричной системе счисления имеет ровно три значащих разряда и содержит хотя бы одну цифру 3. Это число увеличили в три раза, и оказалось, что запись получившегося числа Y в девятеричной системе также имеет ровно три значащих разряда. Чему равна сумма минимально возможного и максимально возможного чисел X ? Ответ приведите в девятеричной системе счисления.
- 242) **(Б.С. Михлин)** Дано выражение:
 $x = 3 \cdot 16^a + 5 \cdot 4^b - 8^c - 2^d + 15$, где $a = 46_8$, $b = 40_{16}$, $c = 47_8 - 1B_{16}$, $d = 110101_2 + 13_8$.
 Найдите количество максимальных цифр в шестнадцатеричной записи числа x .
- 243) **(Б.С. Михлин)** Дано выражение:
 $x = 16^a + 4^b - 8^c - 2^d + 31$, где $a = 25_8$, $b = 24_{16}$, $c = 43_8 - 1B_{16}$, $d = 110101_2 + 13_8$.
 Найдите суммарное количество максимальных и минимальных цифр в шестнадцатеричной записи числа x .
- 244) **(А. Богданов)** Значение выражения

$$\left(7^{9^2-1} - (10-3)^4\right) \cdot \frac{5}{6} \cdot 8$$
 записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 4 в этой записи?
- 245) **(А.Н. Носкин)** Сколько различных цифр в восьмеричной записи числа
 $2^{102} + 2^{100} + 2^{85} + 2^{17}$?
- 246) **(А.Н. Носкин)** Сколько различных цифр в шестнадцатеричной записи числа
 $2^{51} + 2^{40} + 2^{35} + 2^{17} - 2^5$?
- 247) **(Е. Джобс)** Значение арифметического выражения: $N^{25} - 2N^{13} + 10$ записали в системе счисления с основанием N . Определите основание системы счисления, если известно, что сумма разрядов в числе, представленном в этой системе счисления, равна 75.
- 248) **(Е. Джобс)** Значение арифметического выражения: $51 \times 7^{12} - 7^3 - 22$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр в этой записи и запишите её в десятичной системе счисления.

- 249) (Е. Джобс) Значение выражения $5^2 \cdot 7^{25} + 6^2 \cdot 7^{36} - 4^2 \cdot 9^3$ записали в семеричной системе счисления. Сколько нулей в такой записи?
- 250) (Е. Джобс) Значение выражения $5^{2004} - 5^{1016} - 25^{508} - 5^{400} + 25^{250} - 27$ записали в пятеричной системе счисления. Сколько цифр 4 в такой записи?
- 251) (Е. Джобс) Значение выражения $7^{202} + 49^{102} - 7^{20}$ записали в семеричной системе счисления. Сколько цифр 6 в такой записи?
- 252) (Е. Джобс) Значение выражения $(2^{345} + 8^{65} - 4^{130})(8^{123} - 2^{89} + 4^{45})$ записали в восьмеричной системе счисления. Найдите сумму всех разрядов восьмеричной записи этого числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 253) (Е. Джобс) Значение арифметического выражения $5^{94} + 25^{49} - 130$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 в этой записи?
- 254) (Е. Джобс) Значение арифметического выражения $43 \cdot 7^{103} - 21 \cdot 7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 255) (Б.С. Михлин) Число 1234 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании сумма цифр в записи этого числа будет максимальной? Если таких оснований несколько, то укажите максимальное из них.
- 256) (Б.С. Михлин) Число 2345 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании сумма цифр в записи этого числа будет максимальной? Если таких оснований несколько, то укажите минимальное их них.
- 257) (Б.С. Михлин) Число 3456 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа не содержит нечётных цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 258) (Б.С. Михлин) Число 456 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании количество нечётных цифр в записи этого числа будет максимальным? Если таких оснований несколько, то укажите максимальное из них.
- 259) (Б.С. Михлин) Число 78 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа каждые две соседние цифры имеют разную четность? Например, число 1234 – подходит, а 1243 – нет, т.к. цифры 2 и 4 имеют одинаковую четность. В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 260) (Б.С. Михлин) Число 609 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях крайние цифры в записи этого числа (самая левая и самая правая) имеют разную четность? Например, число 124 – подходит, а 123 – нет, т.к. цифры 1 и 3 имеют одинаковую четность (нечетные). В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 261) (Б.С. Михлин) Число 7667 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа является палиндромом (одинаково читается, как слева направо, так и справа налево)? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 262) Число 432 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры в записи этого числа расположены в порядке невозрастания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 263) Число 188 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры в записи этого числа расположены в порядке неубывания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 264) Число 364 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях все цифры в записи этого числа одинаковые? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 265) Число 1755 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет одинаковых цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

- 266) Число 804 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа есть цифра 1? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 267) Число 652 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет цифры 2? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 268) Число 572 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа есть две одинаковые цифры, стоящие рядом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 269) Число 1988 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет двух одинаковых цифр, стоящих рядом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 270) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения $256^2 + 4096^{16} - 15$ записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр F встречается в этой записи?
- 271) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения $17^5 + 85^8 - 10$ записали в системе счисления с основанием 17. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, G, которые имеют числовые значения от 10 до 16 соответственно. Сколько цифр G встречается в этой записи?
- 272) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения $15 + 2^{10} + 16$ записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр F встречается в этой записи?
- 273) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения $7^2 + 49^4 - 21$ записали в системе счисления с основанием 14. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, которые имеют числовые значения от 10 до 13 соответственно. Сколько цифр A и цифр 0 встречается в этой записи?
- 274) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения $26^2 + 169 - 11$ записали в системе счисления с основанием 13. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, которые имеют числовые значения от 10 до 12 соответственно. Сколько цифр C и цифр 2 встречается в этой записи?
- 275) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения $32^2 + 1024 + 1024^2$ записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр 0 встречается в этой записи?
- 276) (П.М. Волгин) Значение арифметического выражения $100^2 + 625^{25} + 5^{100}$ записали в системе счисления с основанием 15. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: №, #, @, \$, *, которые имеют числовые значения от 10 до 14 соответственно. Сколько цифр @ встречается в этой записи?
- 277) (Б.С. Михлин) Число 611 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа содержит нечетное количество значащих цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 278) (Б.С. Михлин) Число 622 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа содержит четное количество значащих цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 279) (Б.С. Михлин) Число 123 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа расположены слева направо в порядке возрастания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

- 280) **(Б.С. Михлин)** Число 430 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа расположены слева направо в порядке убывания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 281) **(Б.С. Михлин)** Число 538 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа четная? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 282) **(Б.С. Михлин)** Число 559 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа нечетная? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 283) **(Б.С. Михлин)** Число 123 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа при чтении слева направо образуют возрастающие арифметические прогрессии? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 284) **(Б.С. Михлин)** Число 210 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа при чтении слева направо образуют убывающие арифметические прогрессии? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 285) **(Б.С. Михлин)** Число 437 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа является простым числом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
- 286) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной x двоичная запись выражения $4^{2015} + 2^x - 2^{2015} + 15$ содержит ровно 500 единиц?
- 287) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной x двоичная запись выражения $4^{1014} - 2^x + 12$ содержит ровно 2000 нулей?
- 288) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной x в выражении $36^{17} - 6^x + 71$ сумма цифр в шестеричной записи числа равна 61?
- 289) **(А. Кабанов)** При каком наименьшем натуральном значении переменной x в выражении $81^{20} - 9^x + 50$ сумма цифр в девятеричной записи числа равна 138?
- 290) **(А. Кабанов)** Значение выражения $64^{12} - 8^{14} + x$ записали в восьмеричной системе счисления, при этом в записи оказалось 12 цифр 7 и одна единица. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
- 291) **(А. Кабанов)** Значение выражения $125^7 - 25^4 + x$ записали в пятеричной системе счисления, при этом в записи оказалось 15 цифр 4, одна тройка и две единицы. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
- 292) **(А. Кабанов)** Значение выражения $27^7 - 3^{11} + 36 - x$ записали в троичной системе счисления, при этом сумма цифр в записи оказалась равной 22. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
- 293) **(А. Кабанов)** Значение выражения $64^{11} - 4^{10} + 96 - x$ записали в четверичной системе счисления, при этом сумма цифр в записи оказалась равной 71. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
- 294) **(В. Шелудько)** Значение выражения $7^{103} + 6 \cdot 7^{104} - 3 \cdot 7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 295) **(В. Шелудько)** Значение выражения $6^{203} + 5 \cdot 6^{405} - 3 \cdot 6^{144} + 77$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
- 296) **(В. Шелудько)** Значение выражения $4^{103} + 3 \cdot 4^{444} - 2 \cdot 4^{44} + 67$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?
- 297) **(В. Шелудько)** Значение выражения $7^{103} - 6 \cdot 7^{70} + 3 \cdot 7^{57} - 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 298) **(В. Шелудько)** Значение выражения $6^{333} - 5 \cdot 6^{215} + 3 \cdot 6^{144} - 85$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
- 299) **(В. Шелудько)** Значение выражения $4^{503} + 3 \cdot 4^{244} - 2 \cdot 4^{444} - 95$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?

- 300) **(В. Шелудько)** Значение выражения $7^{103} + 20 \cdot 7^{204} - 3 \cdot 7^{57} + 97$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
- 301) **(В. Шелудько)** Значение выражения $7^{103} + 6 \cdot 7^{104} - 3 \cdot 7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 302) **(В. Шелудько)** Значение выражения $6^{203} + 5 \cdot 6^{405} - 3 \cdot 6^{144} + 76$ записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 303) **(В. Шелудько)** Значение выражения $4^{1103} + 3 \cdot 4^{1444} - 2 \cdot 4^{144} + 66$ записали в системе счисления с основанием 4. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 304) **(В. Шелудько)** Значение выражения $7^{2103} - 6 \cdot 7^{1270} + 3 \cdot 7^{57} - 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 305) **(В. Шелудько)** Значение выражения $6^{1333} - 5 \cdot 6^{1215} + 3 \cdot 6^{144} - 86$ записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 306) **(В. Шелудько)** Значение выражения $4^{1503} + 3 \cdot 4^{244} - 2 \cdot 4^{1444} - 96$ записали в системе счисления с основанием 4. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 307) **(В. Шелудько)** Значение выражения $7^{1003} + 6 \cdot 7^{1104} - 3 \cdot 7^{57} + 294$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 308) **(В. Шелудько)** Значение выражения $6 \cdot 343^{1156} - 5 \cdot 49^{1147} + 4 \cdot 7^{1153} - 875$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 309) **(В. Шелудько)** Значение арифметического выражения $103 \cdot 7^{103} - 5 \cdot 7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 310) **(В. Шелудько)** Значение выражения $5 \cdot 216^{1256} - 5 \cdot 36^{1146} + 4 \cdot 6^{1053} - 1087$ записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
- 311) **(А. Богданов)** Значение выражения $81^{18} - (81^8 - 1) \cdot ((8 + 1)^8 + 1) / 8 - 8$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите количество единиц в этой записи.
- 312) **(Е. Джобс)** Значение арифметического выражения: $7^{500} + 7^{200} - 7^{50} - X$ записали в системе счисления с основанием 7. Какая максимальная сумма разрядов может быть в таком числе, при условии что X и полученное значение положительны?
- 313) **(Е. Джобс)** Сколько существует целых положительных чисел, для которых одновременно выполняются следующие условия:
- в шестнадцатеричной записи содержится не более 8 цифр;
 - в восьмеричной записи не менее 11 цифр;
 - последняя цифра в десятичной системе счисления – 5?
- 314) **(П. Волгин)** Значение выражения $(7^{160} \cdot 7^{90}) - (14^{150} + 2^{13})$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму всех цифр семеричной записи числа, исключая шестерки.
- 315) **(П. Волгин)** Значение выражения $(5^{300} \cdot 15^{100}) - (25^{50} + 125^{100})$ записали в системе счисления с основанием 5. Запишите в ответ сумму всех цифр пятеричной записи числа, исключая четверки.
- 316) **(П. Волгин)** Значение выражения $8^{20} + ((8^{22} - 8^{17}) \cdot (8^{13} + 8^{16}))$ записали в системе счисления с основанием 8. Затем в восьмеричной записи этого числа все цифры 7 заменили на 0, а цифры в разрядах 0, 1 и 2 удалили. Найдите сумму цифр восьмеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

- 317) (П. Волгин) Значение выражения $16^{44} \cdot 16^{30} - (32^5 \cdot (8^{40} - 8^{32}) \cdot (16^{17} - 32^4))$ записали в системе счисления с основанием 16. Затем в шестнадцатеричной записи этого числа все цифры F заменили на 0, а цифры в разрядах 0, 1 и 2 удалили. Найдите количество значащих нулей в шестнадцатеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 318) (П. Волгин) Значение выражения $16^{44} \cdot 16^{30} - (32^5 \cdot (8^{40} - 8^{32}) \cdot (16^{17} - 32^4))$ записали в системе счисления с основанием 16. Затем в шестнадцатеричной записи этого числа все цифры E заменили на 1, а цифру в разряде 4 удалили. Найдите количество единиц в шестнадцатеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 319) (П. Волгин) Значение выражения $(64^{25} + 4^{10}) - (16^{20} + 32^3)$ записали в системе счисления с основанием 4. В каком разряде четверичной записи числа при просмотре справа налево впервые встречается цифра 2? Разряды нумеруются справа налево, начиная с нуля.