Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
21 апреля 2017 года
Вариант МА10709
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2016−2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

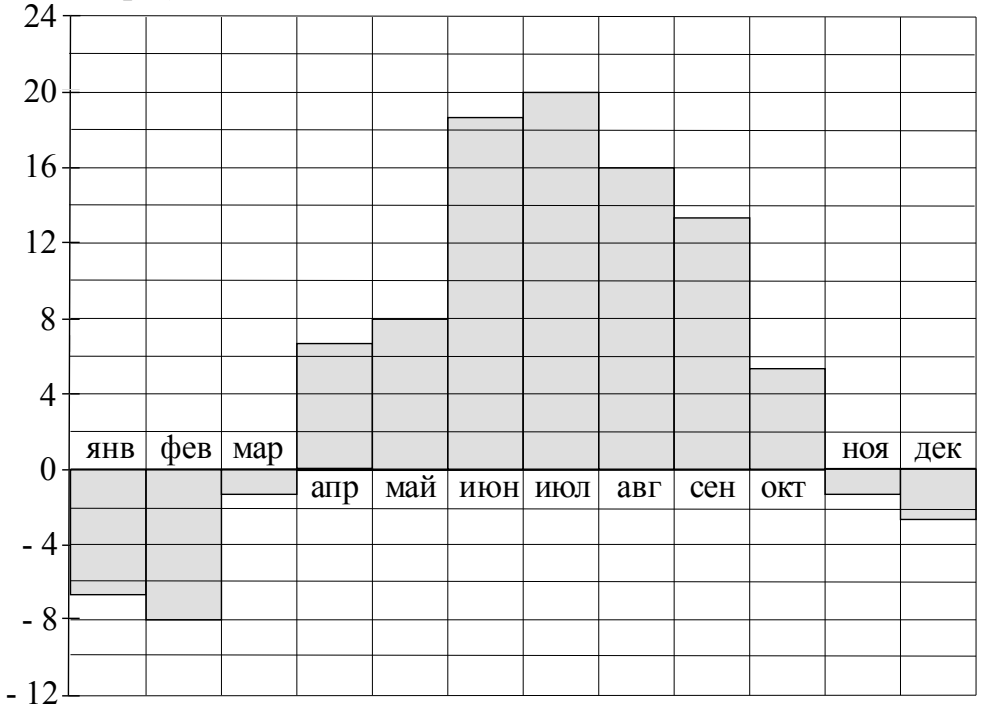
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 5700 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

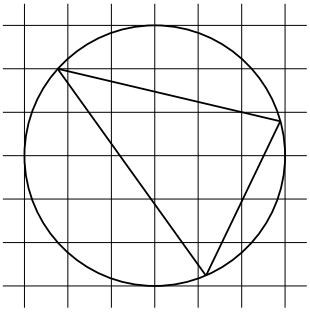
2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, в каком месяце среднемесячная температура впервые превысила 16 °C. В ответе запишите номер месяца. (Например, ответ 1 обозначает январь.)



Ответ: _____.

© СтатГрад 2016−2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____.

4 В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью 0,2 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

Ответ: _____.

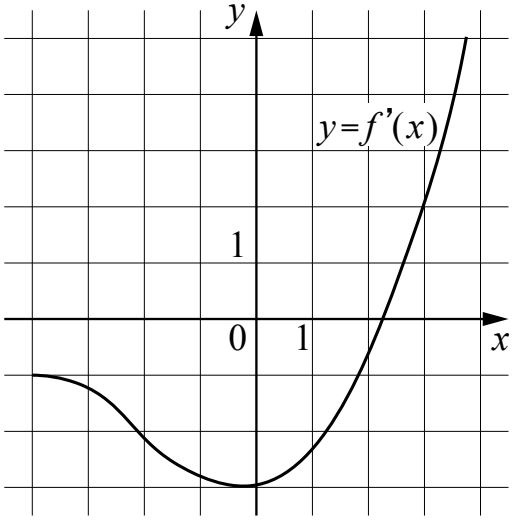
5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{8}}(4-4x)=-2$.

Ответ: _____.

6 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB боковая сторона равна $16\sqrt{15}$, $\sin\angle BAC=0,25$. Найдите длину высоты AH.

Ответ: _____.

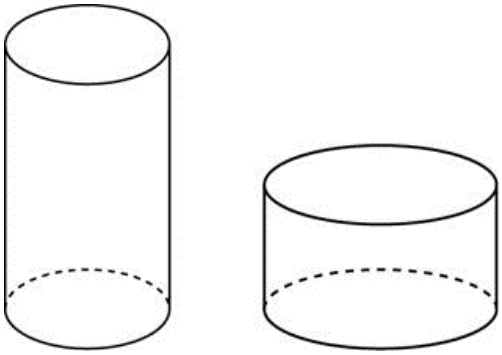
7 На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y=2x+5$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2016−2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

8 Даны два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 36. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, а радиус основания в 3 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{3,5}\cdot\sqrt{1,5}}{\sqrt{0,21}}$.

Ответ: _____.

10 Автомобиль, масса которого равна $m=1500$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $S=600$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю (тяги двигателя), равно $F=\dfrac{2mS}{t^2}$. Определите время после начала движения автомобиля, за которое он пройдёт указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, равна 2000 Н. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

11 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 50 км/ч. Длина товарного поезда равна 1200 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y=x^3+5x^2+7x+22$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2016–2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)}=2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB=4$ и диагональю $BD=7$. Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E, а на ребре AS — точка F так, что $SF=BE=3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB.

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q. Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC.

15 Решите неравенство $\frac{\log_2(8x)\cdot\log_3(27x)}{x^2-|x|}\le 0$.

16 Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC, перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K. При этом $AK:KC=1:2$.

а) Докажите, что $\angle BAC=30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P, а прямые AP и BK — в точке Q. Найдите KQ, если $BC=\sqrt{21}$.

© СтатГрад 2016–2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r, если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

18 Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение $4^x+(a-6)2^x=(2+3|a|)2^x+(a-6)(3|a|+2)$ имеет единственное решение.

19 Известно, что a, b, c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d}=\frac{8}{25}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем значение выражения $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a>5b$ и $c>6d$?

© СтатГрад 2016–2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
21 апреля 2017 года
Вариант МА10710
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2016−2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

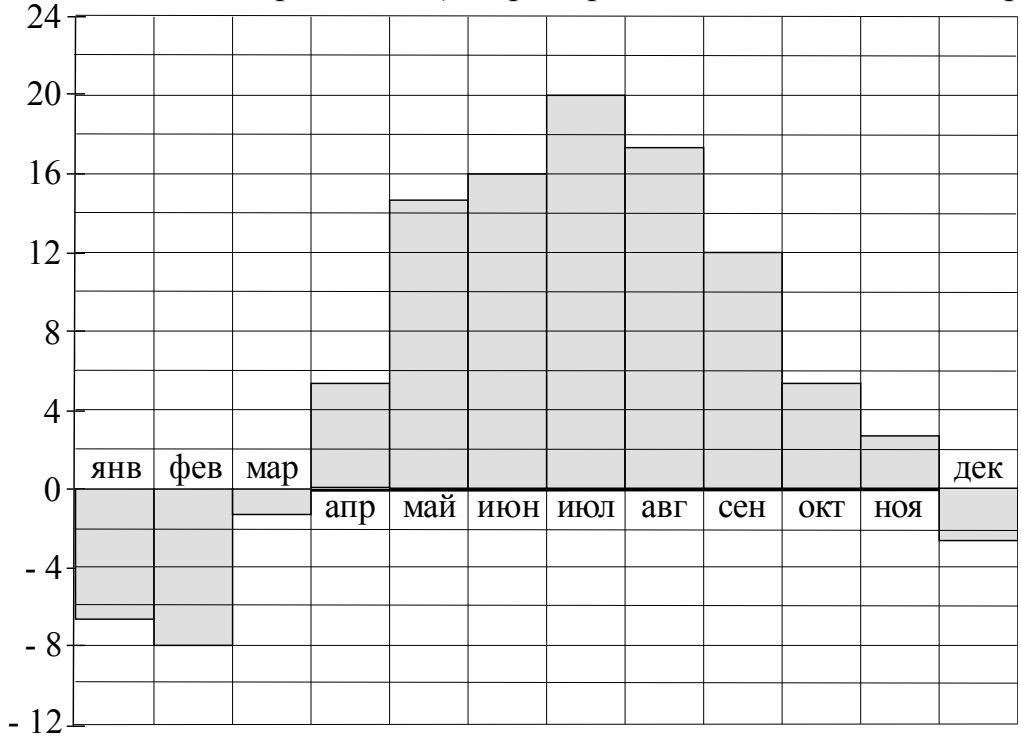
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 20 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 4100 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

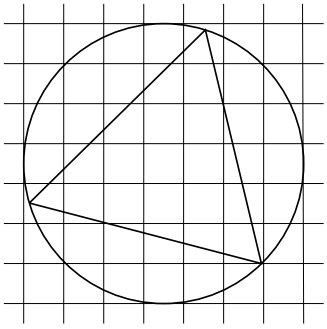
2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, в каком месяце среднемесячная температура впервые превысила 14 °C. В ответе запишите номер месяца. (Например, ответ 1 обозначает январь.)



Ответ: _____.

© СтатГрад 2016−2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____.

4 В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью 0,7 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

Ответ: _____.

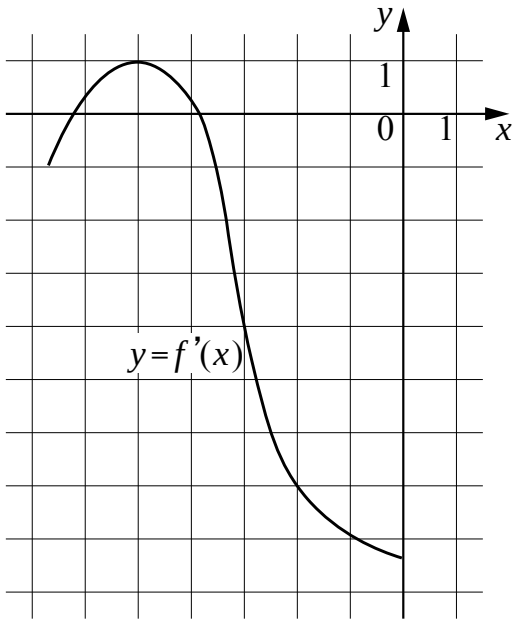
5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{4}}(9-5x)=-3$.

Ответ: _____.

6 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB боковая сторона равна $16\sqrt{7}$, $\sin\angle BAC=0{,}75$. Найдите длину высоты AH.

Ответ: _____.

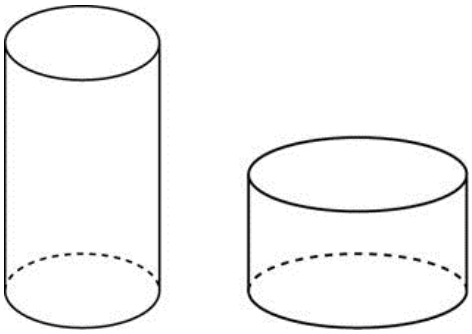
7 На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y=10-7x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2016−2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

8 Даны два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 8. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, а радиус основания в 3 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{5,6}\cdot\sqrt{1,4}}{\sqrt{0,16}}$.

Ответ: _____.

10 Автомобиль, масса которого равна $m = 2000$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $S = 1000$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю (тяги двигателя), равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите время после начала движения автомобиля, за которое он пройдёт указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, равна 1600 Н. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

11 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 900 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 1 минуте 3 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 4x^2 - 3x - 13$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2016–2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 5$ и диагональю $BD = 9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E, а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB.

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q. Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC.

15 Решите неравенство $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \le 0$.

16 Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC, перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K. При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30°$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P, а прямые AP и BK — в точке Q. Найдите KQ, если $BC = 2\sqrt{3}$.

© СтатГрад 2016–2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r, если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

18 Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение $25^x-(a+6)5^x=\left(5+3|a|\right)5^x-(a+6)\left(3|a|+5\right)$ имеет единственное решение.

19 Известно, что a, b, c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d}=\frac{7}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 12 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a>4b$ и $c>7d$?

© СтатГрад 2016−2017 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена