

# Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910511

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

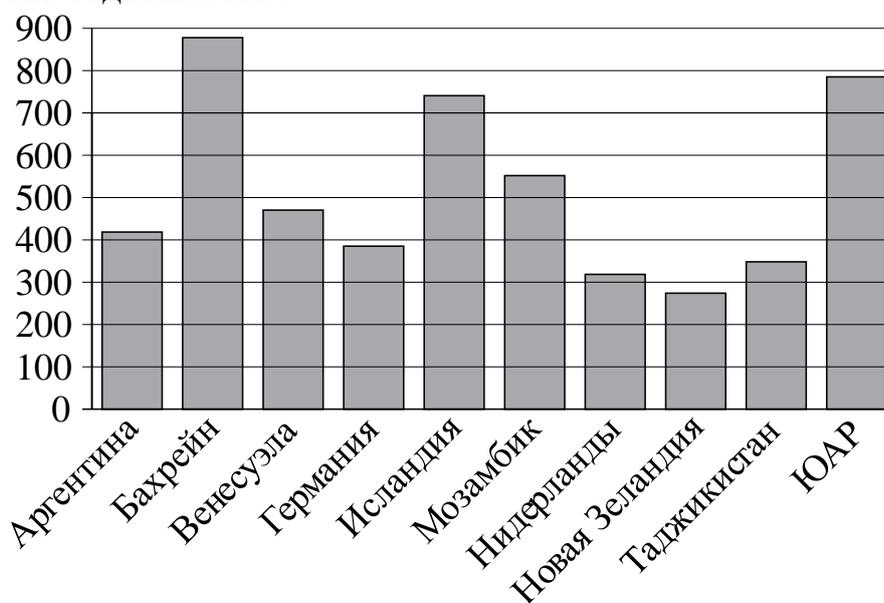
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 37 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

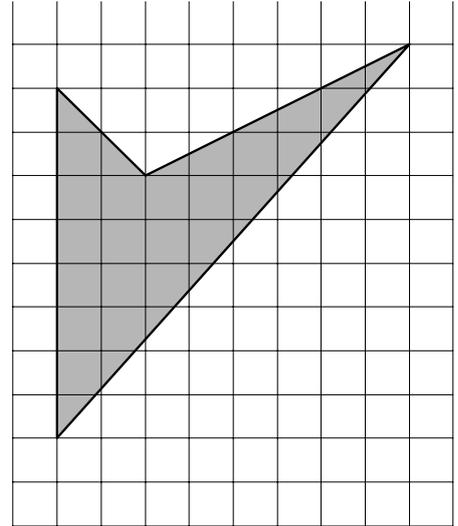
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место занимал Таджикистан?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

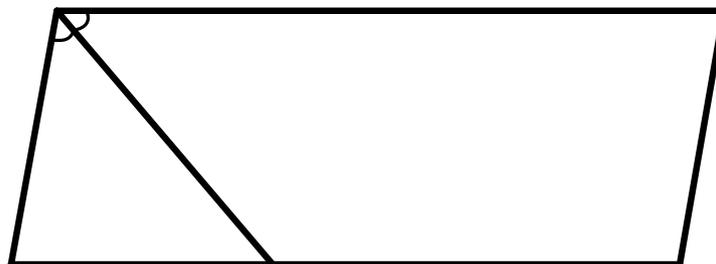
- 4** В классе 21 учащийся, среди них два друга — Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $5^{1-2x} = 6,25 \cdot 2^{1-2x}$ .

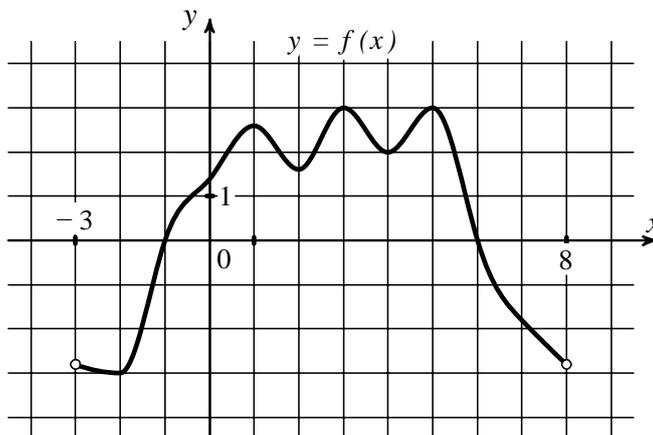
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении  $2 : 7$ , считая от вершины острого угла. Найдите бóльшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 44.



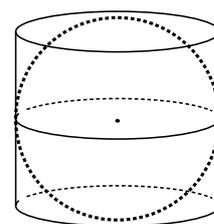
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Цилиндр, объём которого равен 93, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

- 9** Найдите значение выражения  $\log_3 \log_7 343$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 150^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -60^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Две трубы наполняют бассейн за 5 часов 52 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 22 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{35 + 2x - x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

- 14** В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 5$  и диагональю  $BD = 9$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 4$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

- 15** Решите неравенство  $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$ .

**16** Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 2\sqrt{3}$ .

**17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

**18** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение

$$25^x - (a+6) \cdot 5^x = (5+3|a|) \cdot 5^x - (a+6)(3|a|+5)$$

имеет единственное решение.

**19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем значение выражения

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}?$$

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 5b$  и  $c > 6d$ ?

# Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910512

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

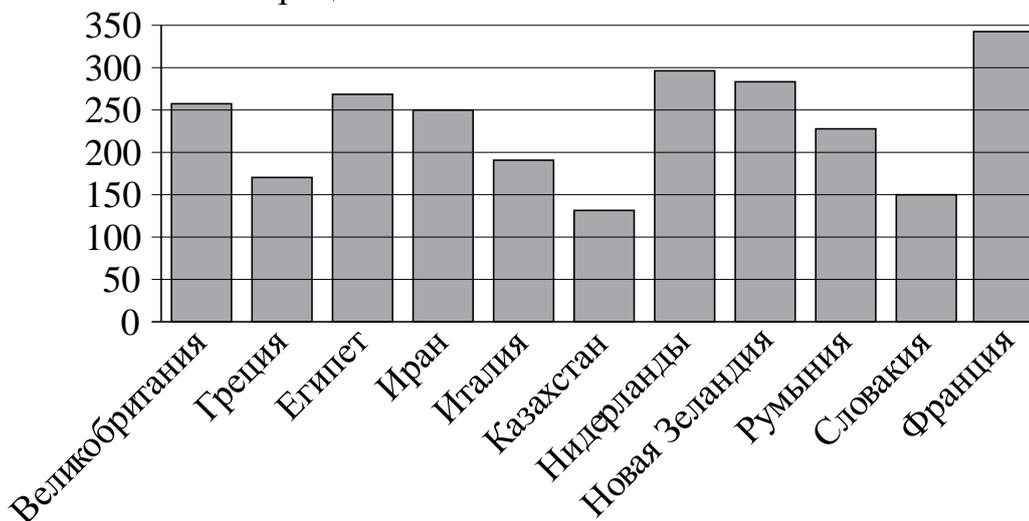
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

**1** Диагональ экрана телевизора равна 50 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

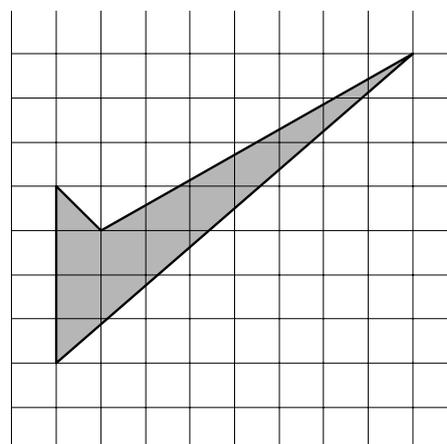
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимала Греция?



Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

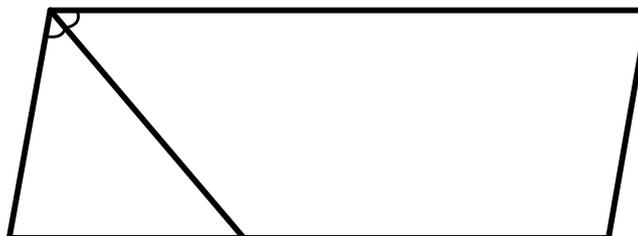
**4** На потоке 51 студент, среди них два друга — Вадим и Михаил. Поток случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Михаил окажутся в одной группе.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Найдите корень уравнения  $2^{5-2x} = 0,2 \cdot 10^{5-2x}$ .

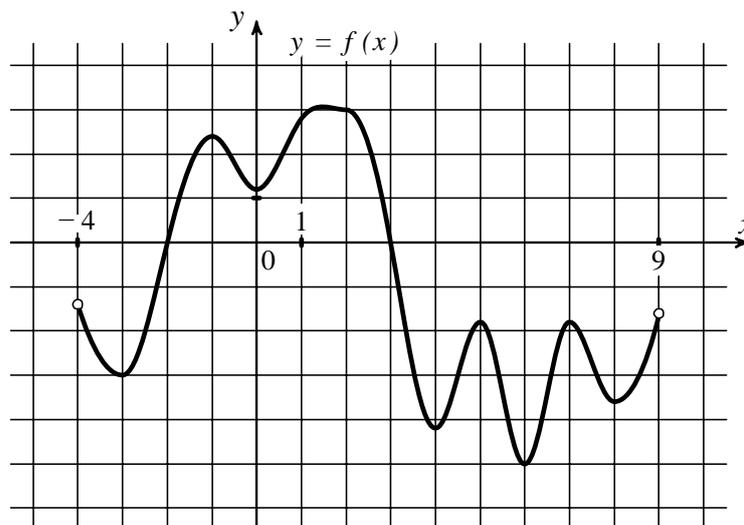
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 1 : 3, считая от вершины острого угла. Найдите бóльшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 20.



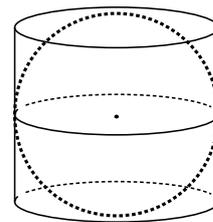
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 9)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Цилиндр, объём которого равен 30, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\log_{16} \log_3 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -30^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Две трубы наполняют бассейн за 2 часа 24 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 4 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{-75 - 28x - x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13**

а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**14**

В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 4$  и диагональю  $BD = 7$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 3$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

**15**

Решите неравенство  $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$ .

**16**

Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = \sqrt{21}$ .

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.
- Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение
- $$4^x + (a - 6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$$
- имеет единственное решение.

- 19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 12 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 4b$  и  $c > 7d$ ?