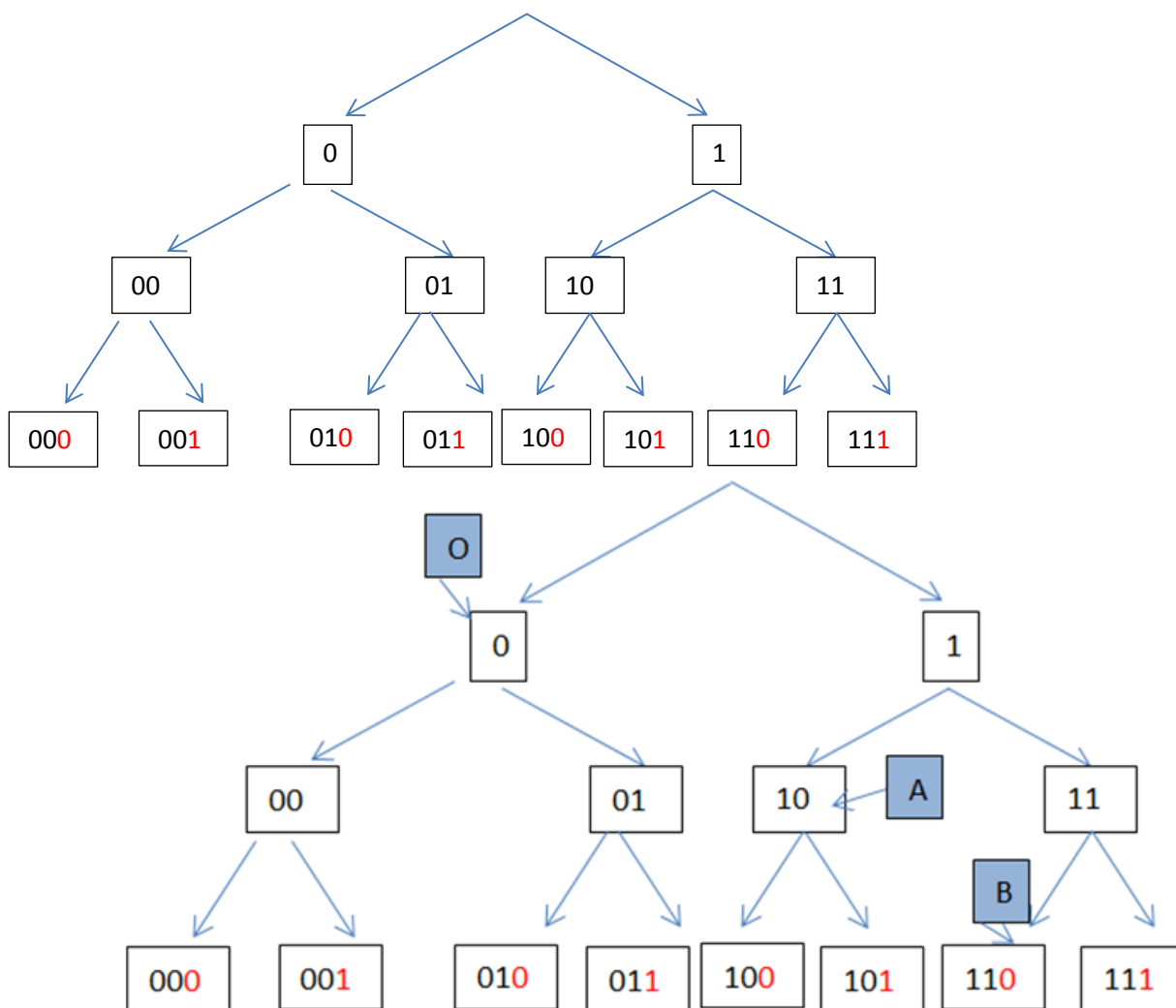


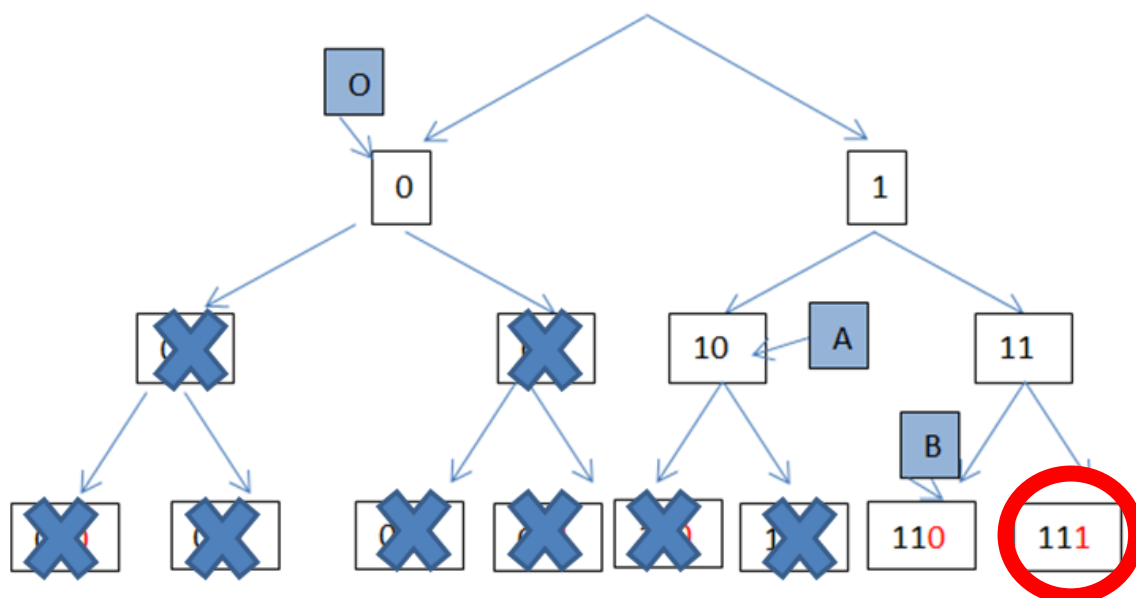
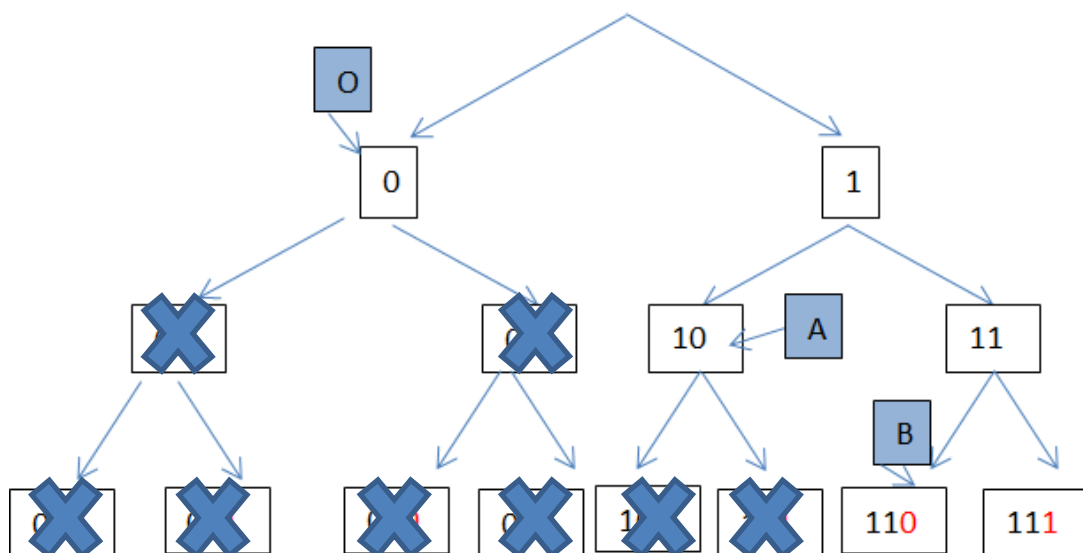
## 5 (базовый уровень, время – 2 мин)

Тема: Кодирование и декодирование информации.

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: А, В, С, О; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв А, В, О используются такие кодовые слова: А–10, В–110, О–0.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.



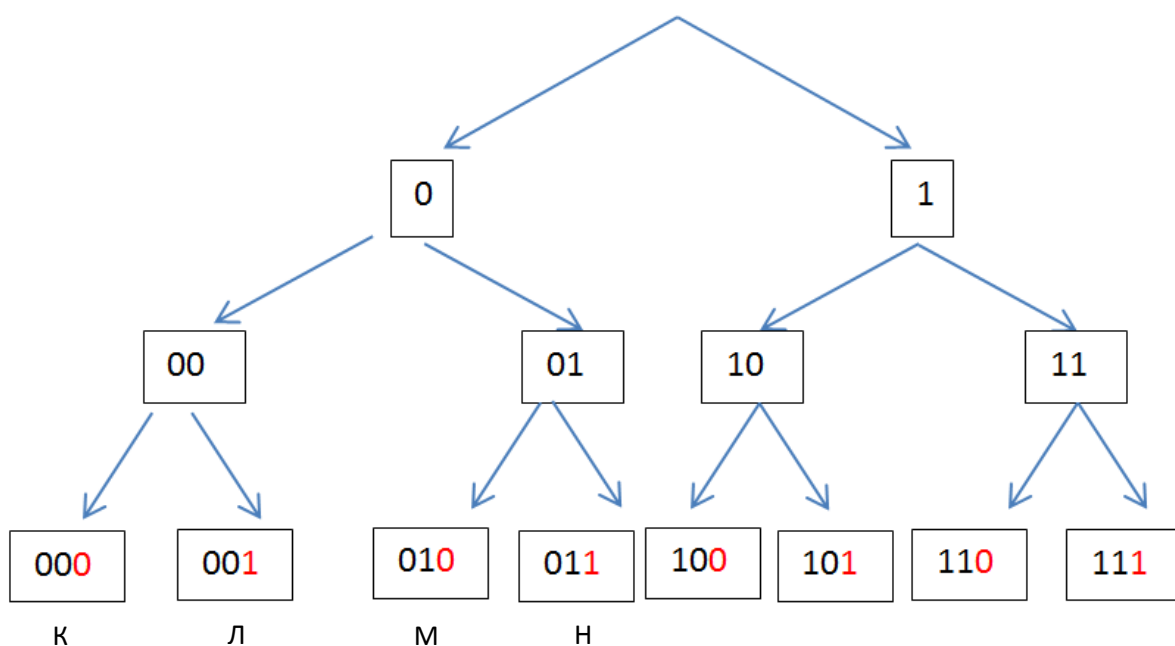
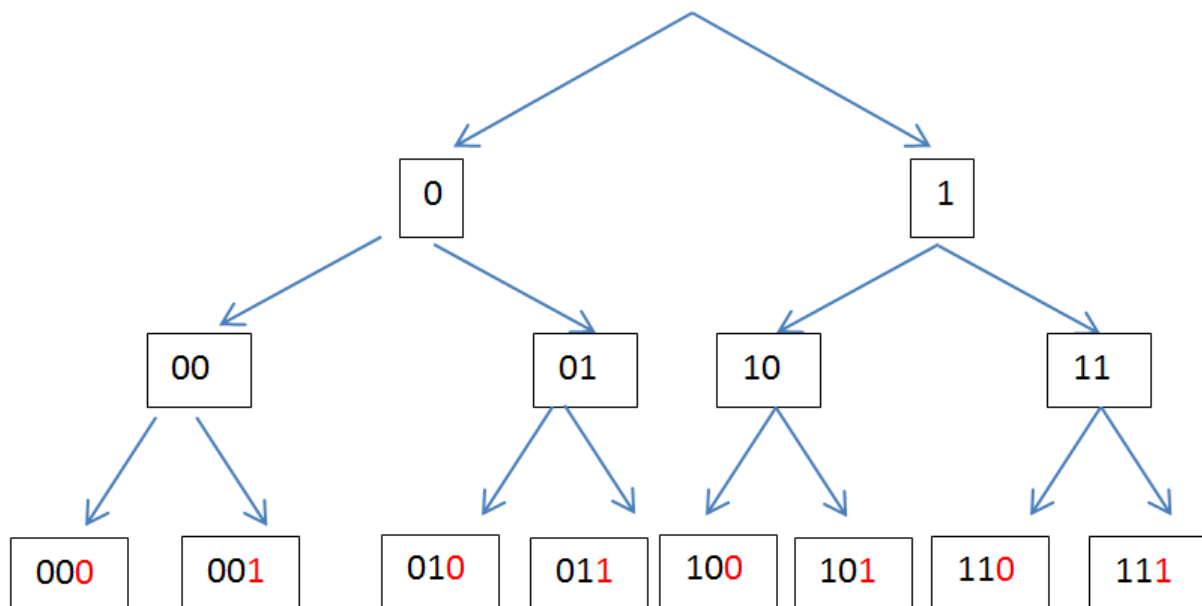


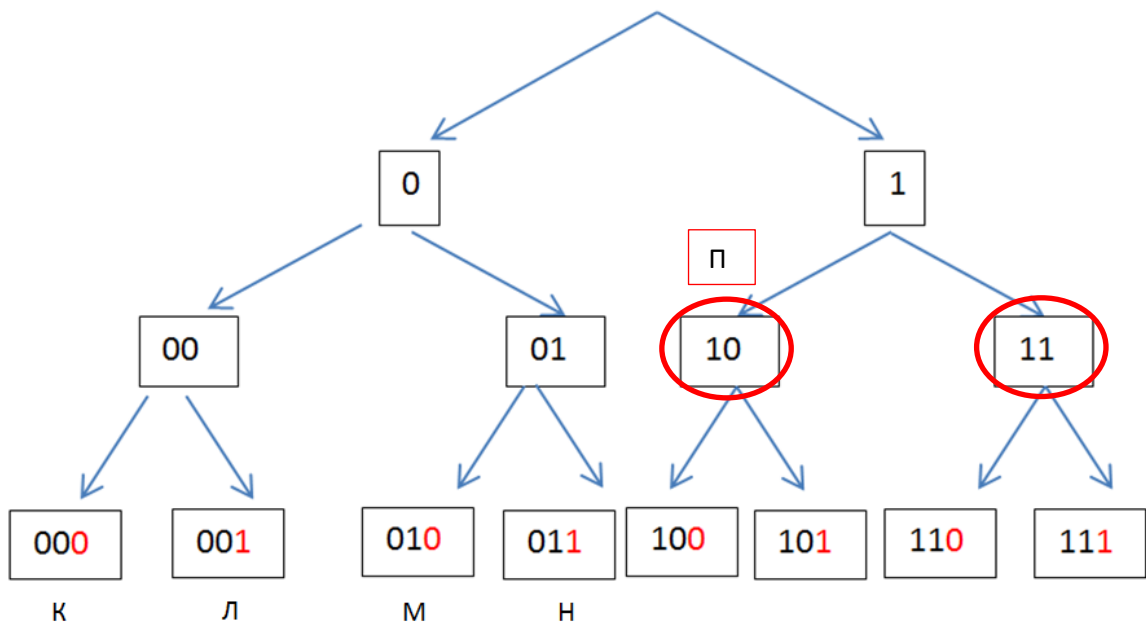
Ответ: 111 – минимальный код для С.

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв К, Л, М, Н, П, Р, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв К, Л, М, Н использовали соответственно кодовые слова 000, 001, 010, 011. Для двух оставшихся букв – П и Р – длины неизвестны.

Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы П, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим** числовым значением.

*Примечание.* Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.





По каналу связи с помощью равномерного двоичного кода передаются сообщения, содержащие только 4 буквы А, Б, В, Г. Каждой букве соответствует своё кодовое слово, при этом для набора кодовых слов выполнено такое свойство: любые два слова из набора отличаются не менее чем в трёх позициях. Это свойство важно для расшифровки сообщений при наличии помех. Для кодирования букв Б, В, Г используются 5-битовые кодовые слова: Б: 00001, В: 01111, Г: 10110. 5-битовый код для буквы А начинается с 1 и заканчивается на 0. Определите кодовое слово для буквы А.

**Решение:** Запишем все имеющиеся кодовые слова одно под другим:

|    |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|
| Б: | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| В: | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Г: | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| А: | 1 | ? | ? | ? | 0 |

Для А необходимо подобрать такое кодовое слово, чтобы оно отличалось от других не менее, чем в 3-х позициях. Легко заметить, что код буквы А в двух известных позициях совпадает с кодом буквы Г. Следовательно, для выполнения условия необходимо инвертировать оставшиеся 3 разряда буквы Г и проверить получившийся код, сравнив его с кодами букв Б и В.

|    |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|
| Б: | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| В: | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Г: | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| А: | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

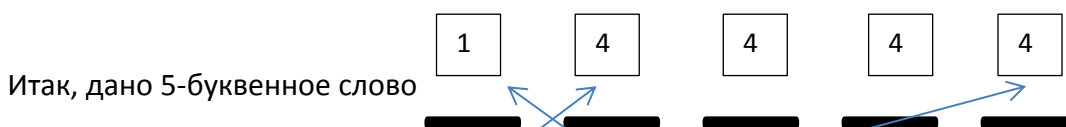
## 10 (базовый уровень, время – 4 мин)

**Тема:** Кодирование данных, комбинаторика, системы счисления.

Максим составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Максим использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы М, А, К, С. Согласно условию слово всегда начинается на букву А. Любая из допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Максим?

### Решение:

Можно, конечно, воспользоваться знаниями формул раздела математики «Комбинаторика», но лучше задачи «рисовать».



На первом месте только один вариант буквы (А), на всех последующих местах может стоять любая из 4-х букв, т.е. 4 вариантов каждого символа. Для получения результата, количество вариантов нужно перемножить:  $4^4 = 256$  вариантов.

Харитон составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Харитон использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М, Н, О, Р, С, Т, причём буква П появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Харитон?

**Решение:**

Опять «рисует» слово. \_ \_ \_ \_ \_

Буква П может встретиться только 1 раз, т.е. может стоять следующим образом:

Diagram illustrating four different ways to place a box on a dashed line:

- Box placed on the first segment of the line.
- Box placed on the second segment of the line.
- Box placed on the third segment of the line.
- Box placed on the fourth segment of the line.

На оставшихся местах в каждом слове может стоять одна из двух букв (A, P), т.е. по 2 варианта для каждого символа.

Получается: вариантов каждого типа:  $2^4=16$ , типов вариантов 5:  $5*16=80$  слов.

Все 5-буквенные слова, составленные из букв П, О, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

- 1 . ООООО
- 2 . ООООП
- 3 . ООООР
- 4 . ООООТ
- 5 . ОООПО
- ...

Какое количество слов находятся между словами ТОПОР и РОПОТ (включая эти слова)?

**Решение:** так как применяются только 4 символа, можно применить 4-ую систему счисления: 0-О, 1-П, 2-Р, 3-Т.

| Номер места | Число в 10-ой системе счисления | Число в 4-ой системе счисления | Слово |
|-------------|---------------------------------|--------------------------------|-------|
| 1           | 0                               | 00000                          | ООООО |
| 2           | 1                               | 00001                          | ООООП |
| 3           | 2                               | 00002                          | ООООР |
| 4           | 3                               | 00003                          | ООООТ |
| 5           | 4                               | 00010                          | ОООПО |
| 6           | 5                               | 00011                          | ОООПП |
| ...         | ...                             |                                |       |
| i           | i-1= <b>531</b>                 | 20103                          | РОПОТ |
| ...         | ...                             |                                |       |
| j           | j-1= <b>786</b>                 | 30102                          | ТОПОР |

Количество слов между ТОПОР и РОПОТ:  $786 - 531 + 1 = 256$ . Прибавлять 1 нужно в том случае, если обе границы включаются в интервал.

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

- 1 . КККК
- 2 . КККЛ
- 3 . КККР
- 4 . КККТ
- ...

Запишите слово, которое стоит на 67-м месте от начала списка.

| Номер места | Число в 10-ой системе счисления | Число в 4-ой системе счисления | Слово |
|-------------|---------------------------------|--------------------------------|-------|
| 1           | 0                               | 0000                           | КККК  |
| 2           | 1                               | 0001                           | КККЛ  |
| 3           | 2                               | 0002                           | КККР  |
| 4           | 3                               | 0003                           | КККТ  |
| 5           | 4                               | 0010                           | ККЛК  |
| 6           | 5                               | 0011                           | ККЛЛ  |
| ...         | ...                             |                                |       |
| i           | i-1                             |                                |       |
| ...         | ...                             |                                |       |
| 67          | j-1= 66                         | 1002                           | ЛККР  |

Сколько существует различных символьных последовательностей длины 5 в четырёхбуквенном алфавите {A, C, G, T}, которые содержат ровно две буквы A?

**Решение:**

Можно нарисовать все возможные варианты последовательностей:

|           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A A _ _ _ | A _ A _ _ | A _ _ A _ | A _ _ _ A |
| _ A A _ _ | _ A _ A _ | _ A _ _ A |           |
| _ _ A A _ | _ _ A _ A |           |           |
| _ _ _ A A |           |           |           |

Всего 10 различных вариантов расстановки символов A. В каждом варианте  $3 \times 3 \times 3$  комбинаций символов (C, G, T) = 27.

Итого: 10 вариантов \* 27 комбинаций = 270 слов.

### 13 (повышенный уровень, время – 3 мин)

**Тема:** Вычисление информационного объема сообщения.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 10 пользователях потребовалось 150 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

**Решение:** И опять «рисует» задачу, читая по одному предложению. Итак: пароль из 15-ти символов (конечно, если бы он был длиннее, рисовать весь пароль не было бы смысла).

— — — — —

Мощность алфавита = 12, следовательно для кодирования одного символа потребуется (при условии равного количества бит) 4 бита (из формулы  $M \leq 2^i$ ).

Если на один символ нужно 4 бита, то для всех 15-ти потребуется  $15 \cdot 4 = 60$  бит. И вот тут ВНИМАНИЕ!!! Читаем еще раз задачу. А в ней говорится, что для кодирования одного пароля отводится минимально возможное целое число **БАЙТ**! Переводим 60 бит в байты (округляя в большую сторону) и получаем  $60/8=8$  байт.

Читаем задачу дальше. Итак, у нас есть 10 пользователей с их паролями и дополнительными данными и на всё это потребовалось 150 байт. Задача максимум 3 класса.

$$10 \cdot (\text{пароль} + \text{доп. сведения}) = 150 \text{ байт}$$

$$10 (8 + \text{д.с.}) = 150$$

$$\text{Д.с.} = 7 \text{ байт}$$

Спрашивается, а зачем «рисовали» пароль в начале? Да чтобы просто успокоиться и понять о чем задача.

В школьной базе данных хранятся записи, содержащие информацию об учениках:

**<Фамилия>** – 16 символов: русские буквы (первая прописная, остальные строчные),

**<Имя>** – 12 символов: русские буквы (первая прописная, остальные строчные),

**<Отчество>** – 16 символов: русские буквы (первая прописная, остальные строчные),

**<Год рождения>** – числа от 1992 до 2003.

Каждое поле записывается с использованием минимально возможного количества бит. Определите минимальное количество байт, необходимое для кодирования одной записи, если буквы е и ё считаются совпадающими.

**Решение:** 32 буквы алфавита требуют 5 бит на букву.

Фамилия + ИМЯ + Отчество:

$(16 + 12 + 16)$  символов по 5 бит на одну букву = 220 бит

Год рождения: вариантов годов рождения 12, следовательно, для записи информации об одном годе нужно 4 бита.

Для одной записи нужно:  $220 + 4$  бита = 224 бита = 28 байт

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 9 символов и содержащий только символы из 26-символьного набора прописных латинских букв. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 420 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

**Решение:** Алфавит: 26 символов. Для одного символа нужно 5 бит.

Пароль:  $9 * 5 \text{ бит} = 45 \text{ бит} = 6 \text{ байт}$

$20 \text{ пользователей} * (\text{пароль} + \text{д.с.}) = 420 \text{ байт}$

$20 * (6 + \text{д.с.}) = 420$

Д.с. = 15 байт

На военной базе 30 самолётов. Специальное устройство регистрирует приземление каждого самолёта, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого воздушного судна. Какой объём памяти в байтах будет использован устройством, когда приземлились 24 самолёта?